

हाम्रो गणित किताब शिक्षक निर्देशिका



कक्षा - ८

98

हात्मी गणित

शिक्षक निर्देशिका

(कक्षा ८)

लेखक

डा. सिद्धिप्रसाद कोइराला
भोजराज शर्मा
शालिकराम भुसाल
वरुणप्रसाद वैद्य
निर्मला गौतम

प्रकाशक

श्री ५ को सरकार
शिक्षा तथा खेलकुद मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर



प्रकाशक

श्री ५ को सरकार

शिक्षा तथा खेलकुद मन्त्रालय

पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

सानोठिमी, भक्तपुर ।

© पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

837

C.2



यस निर्देशिकासम्बन्धी सम्पूर्ण अधिकार पाठ्यक्रम विकास केन्द्रमा निहित रहेको छ । पाठ्यक्रम विकास केन्द्रको लिखित स्वीकृतिविना यसको पूरै वा आंशिक भाग हुवहु प्रकाशन गर्न, परिवर्तन गरेर प्रकाशन गर्न, कुनै विद्युतीय साधन वा अन्य प्रविधिवाट रेकर्ड गर्न र प्रतिलिपि निकाल्न पाइनेछैन ।

प्रथम संस्करण, २०६१

मूल्य रु. :

मुद्रित प्रति :

मुद्रक : जनक शिक्षा सामग्री केन्द्र लिमिटेड, सानोठिमी, भक्तपुर ।

निर्देशिकासम्बन्धी पाठकहरूका कुनै पनि प्रकारका टिप्पणीहरू भएमा पाठ्यक्रम विकास केन्द्र, सम्पादन तथा प्रकाशन शाखामा पठाइदिनुहुन अनुरोध छ । पाठकहरूवाट आउने टिप्पणीहरूलाई यो केन्द्र स्वागत गर्दछ ।

तपाईंको पुस्तकमा छपाइप्रविधिसम्बन्धी कुनै त्रुटि फेला परेमा उक्त निर्देशिका जनक शिक्षा सामग्री केन्द्र लिमिटेड वा नजिकको साभा प्रकाशनवाट साट्न सक्नुहुनेछ ।

• जनक शिक्षा सामग्री केन्द्र लिमिटेड

मूक्तिका

वि.सं. २०५० मा लागू भएको निम्नमाध्यमिक तहको गणित विषयको पाठ्यक्रममा समसामयिक सुधार तथा परिमार्जन गरिएको हो । परिमार्जित पाठ्यक्रमअनुरूप पाठ्यपुस्तकमा पनि आवश्यक सुधार तथा परिमार्जन गरिएको छ । शिक्षाले विद्यार्थीहरूमा प्रजातान्त्रिक मूल्य र मान्यताअनुरूप उदात्त भावना प्रस्फुटित गराई देशलाई आवश्यक हुने मानवीय स्रोत र साधनको विकास गरी प्रतिस्पर्धापूर्ण जीवनयापन गर्न सक्ने दक्ष, कुशल र कर्तव्यनिष्ठ नागरिक तयार गर्ने लक्ष्य लिएको छ । यो लक्ष्य प्राप्तिका लागि पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तकलाई समयानुकूल बनाउने कार्यअनुरूप कक्षा ८ को गणितको शिक्षक निर्देशिका तयार गरिएको छ ।

गणित विषयको पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तक कार्यान्वयनलाई सहज बनाउने कार्यमा सहयोग पुर्याउनका लागि यो निर्देशिका तयार गरिएको छ । यस शिक्षक निर्देशिकामा प्रत्येक पाठका उद्देश्य, शिक्षण घण्टी, आवश्यक सामग्री, शिक्षणसिकाइका नमुना क्रियाकलाप, मूल्याङ्कनका साधन र तरिकालगायत पाठ्यपुस्तकका केही अभ्यासहरूको समाधानका तरिका, थप प्रश्नहरू र शिक्षकलाई थप सुझावसमेत आवश्यकतानुसार समावेश गरिएको छ । यस निर्देशिकाले गणित शिक्षकलाई शिक्षणसिकाइ कार्यमा प्रभावकारिता ल्याउन थप सहयोग पुग्ने विश्वास गरिएको छ । यस निर्देशिकालाई आफ्नो कक्षा वातावरणअनुरूप सिर्जनात्मक रूपले प्रयोग गर्न सकेमा शिक्षणसिकाइ क्रियाकलापमा यसको सहयोग महत्त्वपूर्ण हुन सक्नेछ ।

यस निर्देशिकालाई अझ प्रभावकारी बनाउनका लागि प्राप्त हुने रचनात्मक सुझावलाई स्वागत गरिनेछ ।

श्री ५ को सरकार
शिक्षा तथा खेलकुद मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

विषयसूची

विषयवस्तु	पृष्ठ
1. समूह	1-7
2. पूर्ण सङ्ख्या	8-16
3. वर्गमूल र घनमूल	17-23
4. आनुपातीकरण	24-30
5. आनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्याहरू	31-35
6. अनुपात, समानुपात र प्रतिशत	36-41
7. नाफा र नोक्सान	42-44
8. ऐकिक नियम	45-47
9. साधारण व्याज	48-53
10. तथ्याङ्क शास्त्र	54-61
11. बिजीय अभिव्यञ्जकहरू	62-71
12. समीकरण, असमानता र लेखाचित्र	72-76
13. कोण र सामानान्तर रेखा	77-83
14. त्रिभुज	84-86
15. नियमित बहुभुजका भित्री र बाहिरी कोणहरू	87-95
16. अनुरूप र समरूप त्रिभुजहरू	96-102
17. ठोस आकारहरू	103-104
18. परिमिति, क्षेत्रफल र आयतन	105-111
19. वृत्त	112-116
20. स्थानान्तरण	117-120
21. दिशास्थिति र स्केल ड्राइङ	121-125

एकाइ उद्देश्य

उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूहहरू छुट्याउन तथा समूहको फरक र पूरक पत्ता लगाउन ।

पाठ : 1.1

उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूहको परिचय
(Proper and Improper Subset)

उद्देश्य

उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूहहरू छुट्याउन ।

आवश्यक सामग्री

1. कार्डबोर्डमा $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ सँग $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ र $C = \{1, 2, 3, 5\}$ जनाउने गरी कार्डबोर्डमा U सँग A , U सँग B र U सँग C , र A र C को भेन चित्र हर्नु ।
2. कार्डबोर्डमा (क) मा दिइएको समूहबाट $A - B$, $A - C$, $B - C$, $C - A$ तथा $U - A$ र $U - B$ लाई छाया पारेका भेन चित्रहरू ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

1. मा उल्लेख गरेको भेनचित्रमा U र A , U र B , U र C तथा A र C को सम्बन्धबारे छलफल गरी निम्न निष्कर्षमा पुग्ने ।

A का सबै सदस्य U मा छन् र A भन्दा U मा बढी सदस्य छन् ।

B का सबै सदस्य U मा छन् र B भन्दा U मा बढी सदस्य छन् ।

C का सबै सदस्य U मा छन् र C भन्दा U मा बढी सदस्य छन् ।

A का सबै सदस्य U मा छन् र A भन्दा C मा एउटा सदस्य बढी छ ।

यसरी A , B र C समूह U को उपसमूह हुन्छ भनी कक्षाबाट नै आउने गरी क्रियाकलाप गराउने । पुनः A समूह C को उपसमूह हो भन्ने कक्षाबाटै निष्कर्ष निकाल्ने ।

भेन चित्रमा A , B , C समूह पूर्ण रूपले U समूह भित्र रहेको बारे चर्चा गर्ने साथै A पनि C भित्र रहेको भन्ने लगाउने । त्यसैले यी समूहहरू उपसमूह भएको पुनः निष्कर्ष निकाल्ने ।

यस्ता उपसमूहलाई उपयुक्त उपसमूह (Proper subset) भन्दछन् भनी बताउने । उपयुक्त समूहलाई $\subset$ ले जनाइन्छ । तसर्थ $A \subset U$, $B \subset U$ र $C \subset U$ हुन्छ ।

क्रियाकलाप 2

कक्षामा उपयुक्त उपसमूह नहुने उपसमूह बनाउन सकिन्छ/सकिदैन छलफल गराउने समूह $D = \{1, 2\}$ का विभिन्न उपसमूह बनाउन लगाउने । $D_1 = \{1\}$, $D_2 = \{2\}$, $D_3 = \{1, 2\}$ यहाँ माथि उल्लेख भएअनुसार D_1 र D_2 उपयुक्त उपसमूह भयो । तर D_3 समूह D को सदस्यवाट बनेको र D मा भए जतिवै सदस्य D_3 मा छ । D_3 उपसमूह पनि D सँग बराबर छ । यस्तो उपसमूहलाई अनुपयुक्त समूहहरू (Improper Subset) भन्दछन् । तसर्थ D_3 लाई D को अनुपयुक्त उपसमूह भन्छन् । अनुपयुक्त समूहलाई $\subseteq$ ले जनाइन्छ । त्यसकारण $D_3 \subseteq D$ हुन्छ ।

क्रियाकलाप 3

कक्षामा छात्रको समूहलाई पूरै कक्षाको विद्यार्थीको सम्बन्धवारे छलफल गराउने । यस्तो सम्बन्धलाई उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूहको नामकरण गर्न लगाउने । निम्नलिखित निष्कर्षका लागि कक्षामा छलफल गराउने ।

निष्कर्ष

- कुनै समूह A को सबै सदस्यहरू समूह B मा छन् र B मा A भन्दा बढी सदस्य छन् भने A लाई B को उपयुक्त उप-समूह भनिन्छ र यसलाई $A \subseteq B$ भनी लेखिन्छ ।
- कुनै समूह C को सबै सदस्यहरू समूह D मा छन् र C र D मा बराबरी सदस्य छन् भने C लाई D को अनुपयुक्त समूह भनिन्छ र यसलाई $C \subseteq D$ भनी लेखिन्छ ।
- खाली समूह (Empty Set) सबै समूहको उपयुक्त उपसमूह हो ।
- कुनै पनि दिएको समूह सर्वव्यापक समूह (Universal Set) को सधैं उपयुक्त उपसमूह हुन्छ ।

अभ्यास 1 (क) को केही समस्याको हल

प्रश्न नं 4 को हल :

दिएअनुसार,

$$B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$$

$B_1 = \{3\}$, B को एउटा सदस्य राखेर बनाएको समूह ।

$B_2 = \{3, 6\}$, B को दुईटा सदस्य राखेर बनाएको समूह ।

यहाँ,

B_1 र B_2 दुवै समूह B का उपयुक्त उपसमूह हुन् । अर्थात् $B_1 \subset B$ र $B_2 \subset B$ हुन्छ ।

अब, अनुपयुक्त उपसमूह बनाउन B को सबै सदस्य नयाँ समूहमा हुनुपर्दछ ।

त्यसैले, नयाँ समूह A भनौ र $A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$, B को सबै सदस्य राखेर बनाएको समूह ।

तसर्थ, समूह A समूह B को अनुपयुक्त उपसमूह हो ।

अर्थात्, $A \subseteq B$

पुनः B को सबै सदस्य पर्ने गरी A भन्दा फरक अर्को समूह बनाउन सकिँदैन ।

त्यसैले कुनै पनि समूहको अनुपयुक्त उपसमूह दिइएको समूह आफूबाहेक अरू हुन सक्दैन ।

थप समस्या

1. समूह $M = \{1, 2, 3, 4\}$ बाट कतिओटा उपयुक्त उपसमूह र अनुपयुक्त उपसमूह बनाउन सकिन्छ, पत्ता लगाउ ।
2. निम्न लिखित तालिका कतिसम्म भर्न सक्छौ कोसिस गर ।

उपसमूहको सङ्ख्या समूहको सदस्य सङ्ख्या	उपयुक्त उपसमूह	अनुपयुक्त उपसमूह	जम्मा उपसमूह
1	1	1	2
2	3	1	4
3			
4			
5			

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

पूरक समूह वा समूहको पूरक (Complement of a Set)

उद्देश्य

दिइएका समूहको पूरक पत्ता लगाउन र भेनचित्रमा देखाउन ।

शैक्षिक सामग्री

पाठमा दिइएको $U = \{\text{नेपालमा आउने पर्यटकहरू}\}$, $A = \{\text{नेपालमा हिमाल चढ्ने पर्यटकहरू}\}$ र $\bar{A}$ को भेन चित्र ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

नेपालमा आउने पर्यटकको कुरा गर्दा U ले सर्वव्यापक समूह जनाउने कुरा छलफलबाट स्थापित गर्ने । A समूह U को उपयुक्त उपसमूह भएको छलफलबाटै भन्न लगाउने । अब नेपालमा आएका हिमाल नचढ्ने पर्यटकलाई केले जनाउने भन्दा A बाहेकका सबै पर्यटक जुन U मा पर्दछन् । त्यो समूह नै हिमाल नचढ्ने पर्यटकका समूह हुन्छ र यसलाई A को पूरक समूह भनिन्छ भनी बताउने । A को पूरक समूहलाई $\bar{A}$ ले जनाइन्छ भनी बताउने ।

क्रियाकलाप 2

माथिको समूहलाई भेनचित्रमा छाया पारेको भाग देखाएर A को पूरक समूह $\bar{A}$ ले U मा परेका तर A मा नपरेका पर्यटकहरू बुझाएको छलफलबाट निष्कर्ष निकाल्ने ।

क्रियाकलाप 3

U लाई A र $\bar{A}$ बाट जनाउन के गर्ने वारे छलफल गरी $U = A \cup \bar{A}$ स्थापित गर्ने । साथै A र $\bar{A}$ अलगएका समूह हुन्छन् र $A \cap \bar{A} = \emptyset$ हुन्छ भनी छलफलबाट निचोड निकाल्ने ।

क्रियाकलाप 4

पाठको उदाहरणबाट $\bar{\bar{A}}$ भनेको $\bar{A}$ को पूरक हुन्छ, त्यसैले $\bar{\bar{A}} = A$ हुन्छ भनी स्थापित गराउने ।

अभ्यास 1 (ख) को केही समस्याको हल

प्रश्न नं. 4 : (क)

दिइएका समूहलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्दा,

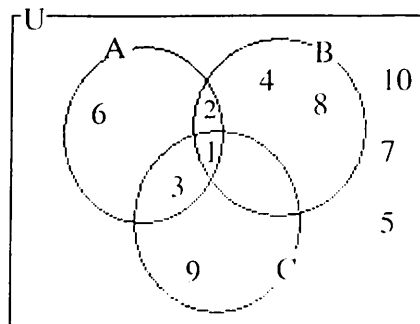
$U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, सर्वव्यापक समूह

$A = \{1, 2, 3, 6\}$

$B = \{1, 2, 4, 8\}$ र

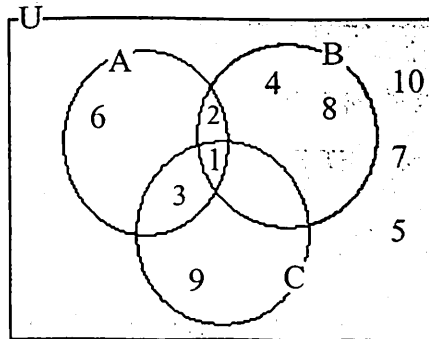
$C = \{1, 3, 9\}$

अब भेन चित्रमा



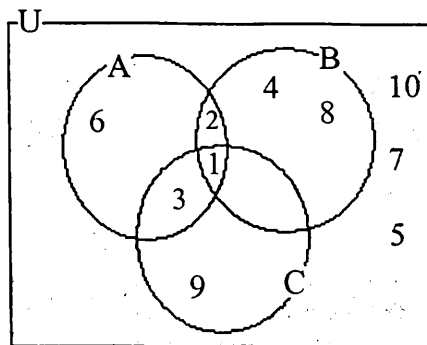
भेन चित्रबाट समूहहरू A , B , C , र U लेख्दा माथि कै समूह आउँछ । यसकारण भेनचित्र उपयुक्त छ ।

भेनचित्रमा $\overline{A \cup C}$ को समूह देखाउन $A \cup C$ बाहेक U मा छाया पार्दा $\overline{A \cup C} = \{4, 5, 7, 8, 10\}$ हुन्छ ।



प्रश्न नं. (ख) (x)

भेन चित्रमा $\overline{A \cup B \cup C}$ लाई छाया पारेर देखाउँदा $\overline{A \cup B \cup C} = \{5, 7, 10\}$ हुन्छ ।

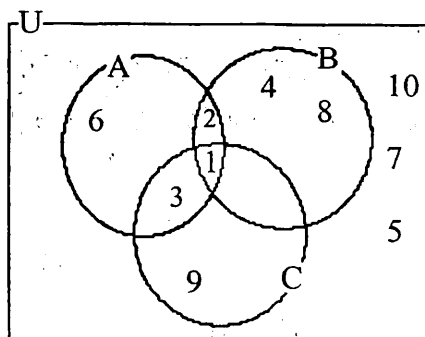


प्रश्न नं. (ख) (xi)

$A \cap B \cap C$ बाहेककोले यसको पूरक जनाउँछ । अब,

$$\overline{A \cap B \cap C} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

भेन चित्रमा $\overline{A \cap B \cap C}$ लाई छाया पार्दा निम्नानुसार हुन्छ ।



थप समस्या

1. $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ र $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ छ भने $\overline{\overline{A \cup B}}$ र $\overline{A \cap B}$ पत्ता लगाऊ ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

1. दिइएको समूहको फरक पत्ता लगाउन ।
2. समूहको फरकलाई भेन चित्र देखाउन ।

आवश्यक सामग्री

पाठमा दिइएको भेन चित्रहरू 1, 2, 3 कार्डबोर्डमा तयार गर्ने ।

शिक्षण सिकाइका नमूना क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

भेन चित्र - 1 देखाएर U , A र B समूह भन्ने लगाउने । व्याडमिन्टन मात्रै मन पराउने विद्यार्थीहरूको समूह बनाउने बारे छलफल गर्ने । यस समूहलाई कसरी नामकरण गर्ने भन्ने बारे कक्षामा छलफल गराउने र यसलाई A र B समूहको रूपमा भन्नु पर्दा A मा पर्ने तर B मा नपर्ने सदस्य समूहको रूपमा परिभाषित गराउने । A फरक B समूहले यसलाई जनाउने बारे जानकारी गराई $A - B$ द्वारा लेख्ने प्रचलन भएको बुझाउने । भेन चित्र 2 देखाएर छाया पारेको भागले $A - B$ जनाएको स्पष्ट पार्ने । पुनः भेन चित्र 3 को सहायताले $B - A$ ले B फरक A समूह अर्थात् B मा पर्ने तर A मा नपर्ने जनाउने छलफलबाट स्थापित गर्ने ।

क्रियाकलाप 2

छलफलबाट समूह $A - B$ र $B - A$ छुट्टिएको (Disjoint) समूहहरू हुन् भन्ने बुझाउने । भेन चित्रको सहायताले सूचीकरण विधिबाट निम्न समूह लेख्न लगाउने ।

i) $A - B$

ii) B'

iii) $A \cap B'$

अब, $A - B = A \cap B'$ हुन्छ भनी स्थापित गराउने ।

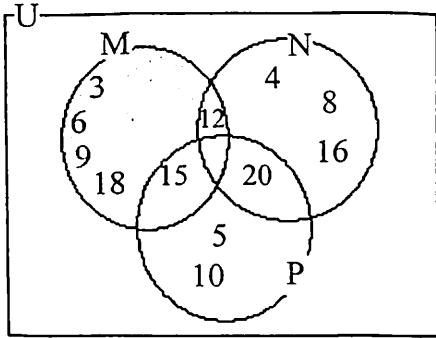
कक्षामा निम्नलिखित तीनओटा समूहहरूमा $M - (N \cup P)$ पत्ता लगाउन लगाउने ।

$M = \{20 \text{ सम्मका } 3 \text{ को अपवर्त्यहरू}\},$

$N = \{20 \text{ सम्मका } 4 \text{ को अपवर्त्यहरू}\},$

$P = \{20 \text{ सम्मका } 5 \text{ को अपवर्त्यहरू}\},$

माथिका समूहलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्न लगाउने । यसपछि NUP समूह पत्ता लगाई $M - (N \cup P)$ लेख्न लगाउने । भेन चित्रमा $M - (N \cup P)$ लेख्न लगाउने । भेन चित्रमा $M - (N \cup P)$ लाई छाया पारेर देखाउने ।

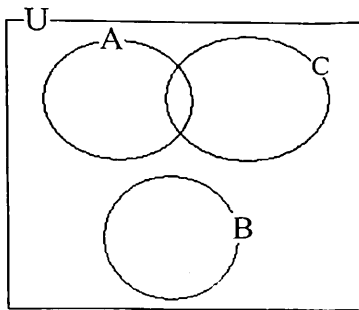


4. अभ्यास 1 (ग) को केही समस्याको हल ।

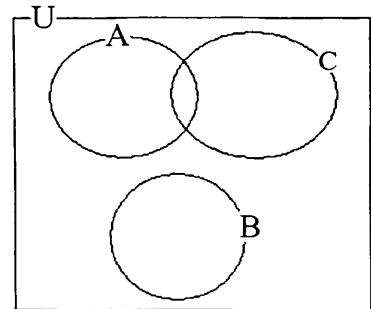
प्रश्न 4 (क)

समाधान :

$(A \cup B) - C$ लाई छाया पारेको भेन चित्र



$B - C$ समूहलाई छाया पारेको भेन चित्र



अब, भेन चित्रबाट $(B - C)$, $(A \cup B) - C$ को उपयुक्त उपसमूह हो ।

$$\therefore (B - C) \subset \{(A \cup B) - C\}$$

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

पूर्ण सङ्ख्या (Whole Number)

शिक्षण घन्टी : 10

एकाइ उद्देश्य

पञ्च आधार र द्विआधार सङ्ख्याहरूको सङ्ख्याहरूको जोड, घटाउ र रूपान्तरण गर्ने ।

पाठ : 2.1

द्विआधार सङ्ख्याको जोड र घटाउ (Addition and Subtraction of Base Two Numbers)

उद्देश्य

द्विआधार सङ्ख्याहरूको जोड र घटाउ गर्ने ।

आवश्यक सामग्री

द्विआधार स्थानमान तालिका जोड तालिका, द्विआधार घटाउ तालिका

शिक्षण सिकाइ नमुना क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

द्विआधार पद्धति दुईको समूहमा विकास भएको, 0 र 1 दुईओटा मात्र सङ्केत प्रयोग भएको र स्थानमान 2 को घाताङ्क पूर्णसङ्ख्याको क्रममा देब्रेबाट दाहिनेतिर बढ्दै गएको अर्थात् दुईगुणाको दरले बढ्दै गएको कुरा कक्षामा छलफल गर्ने र बुझाउने । यस पद्धतिमा दुई दुईको समूह बुझाउनु पर्ने भएकाले 0 र 1 बाहेक अन्य सङ्केत आवश्यक नभएको पुनः प्रस्ट गराउने ।

क्रियाकलाप 2

तलको द्विआधार स्थानमान तालिकामा भएका द्विआधार सङ्ख्यालाई देखाएर ती सङ्ख्याले बुझाउने मान कक्षामा छलफल गर्ने र भन्न लगाउने । साथै तालिकाको खाली कोठा भर्न लगाउने ।

स्थानमान घाताङ्कको रूपमा सङ्ख्यामा		2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
द्विआधार सङ्ख्या								
		64	32	16	8	4	2	1
10_2							1	0
100_2						1	0	0
101_2						1	0	1
110_2						1	1	0
111_2								
1001_2								
1011_2								

क्रियाकलाप 3

माथिको तालिकावाट द्विआधार सङ्ख्याको दशमलव सङ्ख्यामा तलको रूपान्तर तालिका तयार पार्ने ।

द्विआधार सङ्ख्या	दशमलव सङ्ख्या
10_2	2
11_2	3
101_2	5
110_2	6

यसरी दशमलव सङ्ख्यालाई छिटो छरितो तरिकावाट कसरी द्विआधारमा रूपान्तरण गर्न सकिन्छ भन्ने बारेमा छलफल गराएर दशमलव सङ्ख्यावाट दुई-दुईको समूह बनाउन 2 भित्रको (Casting out Two) पद्धति अपनाउनुपर्छ भनी बुझाउने । जस्तै,

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2 \text{ शेष} \\ 2 & \underline{1} \rightarrow 0 \\ & 0 \rightarrow 1 \end{array}$$

अर्थात्, $2 = 10_2$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 \text{ शेष} \\ 2 & \underline{1} \rightarrow 1 \\ & 0 \rightarrow 1 \end{array}$$

अर्थात्, $3 = 11_2$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 5 \\ 2 & \underline{2} \rightarrow 1 \\ & 1 \rightarrow 0 \end{array}$$

अर्थात्, $5 = 101_2$

$$\begin{aligned} \text{किनभने माथिको तालिकावाट } 101_2 &= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 4 + 1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

पाठको उदाहरण (1) लाई कक्षामा छलफल वाट रूपान्तर गर्ने ।

क्रियाकलाप 4

द्विआधार जोड तालिकाको प्रयोगवाट उदाहरण (3) मा दिइएको समस्या छलफल वाट हल गर्ने ।

1 र 0 जोडेको

1 र 1 जोडेको

$$\begin{array}{r} 11_2 \\ + 10_2 \\ \hline 101_2 \end{array}$$

+	0	1
0	0	1
1	1	10_2

+	0	1
0	0	1
1	1	10_2

जोड्दा जोड्नु पर्ने माथिल्लो अङ्कलाई देब्रेपट्टिको ठाडो लाइनमा चिनो लगाउने र तल्लो अङ्कलाई सिरानको तेस्रो लाइनमा चिह्न लगाउने, अर्थात् 1 र 0 जोड्न 1 लाई ठाडो लाइनमा चिनो लगाउने र 0 लाई माथिल्लो लाइनमा चिनो लगाउने । दुवै सङ्ख्यावाट क्रमशः दयाँ र तल धर्को तान्ने जुन 1 मा भेटिन्छन् । अब 1 र 0 को जोड 1 हुन्छ । यसरी नै 1 र 1 लाई जोड्दा, 10_2 हुन्छ ।

द्विआधार घटाउ तालिकाको प्रयोग वाट पठायो उदाहरण (4) को प्रश्न हल कक्षामा छलफलवाट गर्ने ।

पूर्ण सङ्ख्या (Whole Number)

शिक्षण घन्टी : 10

एकाइ उद्देश्य

पञ्च आधार र द्विआधार सङ्ख्याहरूको सङ्ख्याहरूको जोड, घटाउ र रूपान्तरण गर्ने ।

पाठ : 2.1

द्विआधार सङ्ख्याको जोड र घटाउ (Addition and Subtraction of Base Two Numbers)

उद्देश्य

द्विआधार सङ्ख्याहरूको जोड र घटाउ गर्ने ।

आवश्यक सामग्री

द्विआधार स्थानमान तालिका जोड तालिका, द्विआधार घटाउ तालिका

शिक्षण सिकाइ नमुना क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

द्विआधार पद्धति दुईको समूहमा विकास भएको, 0 र 1 दुईओटा मात्र सङ्केत प्रयोग भएको र स्थानमान 2 को घाताङ्क पूर्णसङ्ख्याको क्रममा देब्रेबाट दाहिनेतिर वढ्दै गएको अर्थात् दुईगुणाको दरले वढ्दै गएको कुरा कक्षामा छलफल गर्ने र बुझाउने । यस पद्धतिमा दुई दुईको समूह बुझाउनु पर्ने भएकाले 0 र 1 बाहेक अन्य सङ्केत आवश्यक नभएको पुनः प्रस्ट गराउने ।

क्रियाकलाप 2

तलको द्विआधार स्थानमान तालिकामा भएका द्विआधार सङ्ख्यालाई देखाएर ती सङ्ख्याले बुझाउने मान कक्षामा छलफल गर्ने र भन्न लगाउने । साथै तालिकाको खाली कोठा भर्न लगाउने ।

स्थानमान घाताङ्कको रूपमा सङ्ख्यामा		2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
द्विआधार सङ्ख्या		64	32	16	8	4	2	1
10_2							1	0
100_2						1	0	0
101_2						1	0	1
110_2						1	1	0
111_2								
1001_2								
1011_2								

क्रियाकलाप 3

माथिको तालिकावाट द्विआधार सङ्ख्याको दशमलव सङ्ख्यामा तलको रूपान्तर तालिका तयार पार्ने ।

द्विआधार सङ्ख्या	दशमलव सङ्ख्या
10_2	2
11_2	3
101_2	5
110_2	6

यसरी दशमलव सङ्ख्यालाई छिटो छरितो तरिकावाट कसरी द्विआधारमा रूपान्तरण गर्न सकिन्छ भन्ने बारेमा छलफल गराएर दशमलव सङ्ख्यावाट दुई-दुईको समूह बनाउन 2 भित्र (Casting out Two) पद्धति अपनाउनुपर्छ भनी बुझाउने । जस्तै,

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2 \text{ शेष} \\ 2 & 1 \rightarrow 0 \\ & 0 \rightarrow 1 \end{array}$$

अर्थात्, $2 = 10_2$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 \text{ शेष} \\ 2 & 1 \rightarrow 1 \\ & 0 \rightarrow 1 \end{array}$$

अर्थात्, $3 = 11_2$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 5 \\ 2 & 2 \rightarrow 1 \\ & 1 \rightarrow 0 \end{array}$$

अर्थात्, $5 = 101_2$

$$\begin{aligned} \text{किनभने माथिको तालिकावाट } 101_2 &= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 4 + 1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

पाठको उदाहरण (1) लाई कक्षामा छलफल वाट रूपान्तर गर्ने ।

क्रियाकलाप 4

द्विआधार जोड तालिकाको प्रयोगवाट उदाहरण (3) मा दिइएको समस्या छलफल वाट हल गर्ने ।

1 र 0 जोडेको

1 र 1 जोडेको

$$\begin{array}{r} 11_2 \\ + 10_2 \\ \hline 101_2 \end{array}$$

+	0	1
0	0	1
1	1	10_2

+	0	1
0	0	1
1	1	10_2

जोड्दा जोड्नु पर्ने माथिल्लो अङ्कलाई देब्रेपट्टिको ठाडो लाइनमा चिनो लगाउने र तल्लो अङ्कलाई सिरानको तेस्रो लाइनमा चिह्न लगाउने, अर्थात् 1 र 0 जोड्न 1 लाई ठाडो लाइनमा चिनो लगाउने र 0 लाई माथिल्लो लाइनमा चिनो लगाउने । दुवै सङ्ख्यावाट क्रमशः दयाँ र तल धर्को तान्ने जुन 1 मा भेटिन्छन् । अब 1 र 0 को जोड 1 हुन्छ । यसरी नै 1 र 1 लाई जोड्दा, 10_2 हुन्छ ।

द्विआधार घटाउ तालिकाको प्रयोग वाट पठायो उदाहरण (4) को प्रश्न हल कक्षामा छलफलवाट गर्ने ।

1 वाट 1 घटाएको

$$\begin{array}{r} (क) 101_2 \\ - 11_2 \\ \hline 10_2 \end{array}$$

-	0	1	10 ₂
10 ₂	10 ₂	1	0
1	1	0	
0	0		

10₂ वाट 1 घटाएको

-	0	1	10 ₂
10 ₂	10 ₂	1	0
1	1	0	
0	0		

यहाँ माथिको सङ्ख्याको दोस्रो स्थानवाट 1 सापट लिँदा पहिलो स्थानमा 10₂ हुन्छ र 10 वाट 1 घटाउँदा 1 आउँछ । अब दोस्रो स्थानमा माथि 0 हुन्छ तल पनि 0 छ र घटाउँदा 0 हुन्छ । अन्तिम स्थानमा माथि र तल 1,1 भएकोले घटाउँदा 0 हुन्छ ।

अभ्यासका केही समस्याका हल

1. अभ्यास 2 (ख) को प्रश्न नं. 3 (घ) को हल :

समाधान

$$\begin{aligned} & 1101_2 - 110_2 + 1001_2 \\ &= 111_2 + 1001_2 \quad (\text{पहिलो दुई पदहरूको हल खेसामा गरिएको}) \\ &= 10000_2 \end{aligned}$$

खेसा

$$\begin{array}{r} 1101_2 \\ - 110_2 \\ \hline 111_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111_2 \\ + 1001_2 \\ \hline 10000_2 \end{array}$$

2. अभ्यास 2 (ख) को प्रश्न नं. 3 (च) को हल :

समाधान

$$\begin{aligned} & 11_2 + 1011_2 - 1110_2 \\ &= 1110_2 - 1110_2 \quad (\text{खेसावाट}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

खेसा

$$\begin{array}{r} 11_2 \\ + 1011_2 \\ \hline 1110_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1110_2 \\ - 1110_2 \\ \hline 0000 \end{array}$$

थप समस्या

सरल गर :

- 1) $1111_2 + 1001_2 - 111_2$
- 2) $11_2 - 1001_2 + 1110_2$

थप सुझाव

- 1) विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।
- 2) द्विआधारको जोड गर्दा तलको तुलनात्मक तालिका याद गराउने क्रियाकलाप गरी थप धारणा दिने ।

दशमलव सङ्ख्यापञ्चआधार सङ्ख्या

1	→	1_2	
2	→	10_2	(लेख्नु पर्ने 0 हात लाग्यो 1)
3	→	11_2	(लेख्नु पर्ने 1 हात लाग्यो 1)
4	→	100_2	(लेख्नु पर्ने 0 हात लाग्यो 10_2) (फेरि 10_2 मा लेख्नु पर्ने 0 हात लाग्यो 1)
5	→	101_2	(लेख्नु पर्ने 1 हात लाग्यो 10_2)
6	→	110_2	(लेख्नु पर्ने 0 हात लाग्यो 11_2) (फेरि 11_2 मा लेख्नु पर्ने 1 हात लाग्यो 1)
7	→	111_2	(लेख्नु पर्ने 1 हात लाग्यो 11_2)
8	→	1000_2	(लेख्नु पर्ने 0 हात लाग्यो 100_2) (फेरि हात लागेकोमा 100_2 मा लेख्नु पर्ने 0 हात लाग्यो 10_2)
9	→	1001_2	(लेख्नु पर्ने 1 हात लाग्यो 100_2)
10	→	1010_2	(लेख्नु पर्ने 0 हात लाग्यो 101_2)

यस तालिकालाई दशमलव सङ्ख्या 50 सम्मको लागि भरेर याद गर्ने/गराउने ।

पञ्च आधार सङ्ख्याहरूको जोड र घटाउ

(Addition and Subtraction of Base Five Numbers)

उद्देश्य

1. पञ्च आधार सङ्ख्याहरूको जोड गर्न ।
2. पञ्च आधार सङ्ख्याहरूको घटाउ गर्न ।
3. पञ्च आधारलाई दशलव प्रणाली तथा पञ्च आधारबाट द्विआधार र द्विआधारबाट पञ्च आधारमा रूपान्तर गर्न ।

आवश्यक सामग्रीहरू

पञ्च आधार स्थानमान भएको 3 (ग) मा प्रस्तुत तालिका, पञ्च आधार सङ्ख्याको जोड तालिका, पञ्च आधार सङ्ख्याको घटाउ तालिका ।

शिक्षण सिकाइका नमुना क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

दशमलव सङ्ख्याङ्कन पद्धतिमा शून्य समेत दसओटा अङ्क (digit) प्रयोगमा आएको र स्थानमान 10 को घाताङ्क पूर्ण सङ्ख्याको क्रममा दाहिनेबाट देब्रेतिर बढ्दै गएको वैज्ञानिक सङ्ख्याङ्कन पद्धति भएको कक्षामा छलफल गर्ने गराउने ।

क्रियाकलाप 2

पञ्च आधार सङ्ख्याङ्कन पद्धति पाँचको समूहमा विकसित भएको, 0,1,2,3,4 पाँचओटा सङ्केत प्रयोग भएको र स्थानमान 5 को घाताङ्क पूर्ण सङ्ख्याको क्रममा दाहिनेबाट देब्रेतिर बढ्दै गएको कुरा कक्षामा छलफलबाट स्थापित गर्ने । यहाँ पाँचको मात्र समूह बनाउनु पर्ने हुनाले 4 भन्दा बढी जनाउने सङ्केत आवश्यक नभएको पुनः प्रस्ट गराउने ।

क्रियाकलाप 3

तलको पञ्च आधार स्थानमान तालिकामा भएको पञ्च आधार सङ्ख्यालाई देखाएर ती सङ्ख्याले बताउने/बुझाउने मान पूर्व धारणाका आधारमा कक्षामा छलफल गर्ने र भन्न लगाउने साथै खाली कोठा भर्न लगाउने । जस्तै :

स्थानमान घाताङ्कको रूपमा सङ्ख्यामा		5^6	5^5	5^4	5^3	5^2	5^1	5^0
पञ्चआधार सङ्ख्या	10 आधार मान	15625	3125	625	125	25	5	1
10_5							1	0
14_5							1	4
24_5							2	4
101_5						1	0	1
1234_5					1	2	3	4
142_5								
2103_5								

क्रियाकलाप 4

माथिको तालिकाबाट निम्न रूपान्तर तालिका तयार पार्ने ।

पञ्च आधार सङ्ख्या	दशमलव सङ्ख्या
10_5	5
14_5	9
101_5	26

यसबाट दशमलव सङ्ख्यालाई छरितो तरिकाबाट कसरी पञ्च-आधारमा रूपान्तर गर्न सकिन्छ भन्ने बारेमा कक्षामा छलफल गराएर दशमलव सङ्ख्याबाट पाँच-पाँचको समूह बनाउन 5 भिकने (Casting out five) पद्धति अपनाउनु पर्ने कुरा देखाउने ।

$$\begin{array}{r} \text{जस्तै : } 5 \overline{) 5} \text{ शेष} \\ 5 \overline{) 1} \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow 1 \end{array}$$

यहाँ 5 बाट एउटा मात्र 5 भिकन सकियो र शेष शून्य रह्यो । त्यसैले $5_{10} = 10_5$ हुन्छ ।

यसरी नै 14_{10} बाट 5 को समूह भिकदा, $5 \overline{) 14} \text{ शेष}$ हुन्छ ।
 $2 \rightarrow 4$

यहाँ दुई ओटा 5 भिकियो र शेष 4 रह्यो । तसर्थ $14_{10} = 24_5$ हुन्छ । पुनः 101_5 लाई स्थानमान घाताङ्कको रूपमा $1 \times 5^2 + 0 \times 5 + 1$ ले जनाइन्छ ।

अर्थात्, $101_5 = 26_{10}$ माथि अनुसार 5 भिकदा,

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 26} \text{ शेष} \\ 5 \overline{) 5} \rightarrow 1 \\ 5 \overline{) 1} \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow 1 \end{array}$$

अब, 26_{10} लाई पञ्चआधारमा लेख्दा अन्तिम 5 भिकेर बाँकी रहेको शेषबाट क्रमशः माथि सम्मको शेष लेख्दै जाने अर्थात्, 101_5 लेखिन्छ ।

पुस्तकको पाठमा दिएको उदाहरण (5) लाई छलफलबाट प्रस्ट्याउने ।

क्रियाकलाप 5

पञ्च आधारमा दिएको सङ्ख्यालाई दस आधारमा रूपान्तर गर्न माथि तालिकाको सिरानमा दिएको स्थानमान घाताङ्क वा सङ्ख्यालाई ती स्थानमा रहेको अङ्कले गुणन गरेर जोड्नुपर्छ भन्ने कुरा निम्न उदाहरणबाट प्रस्ट पार्ने ।

231_5 लाई दस आधारमा रूपान्तर गर्दा निम्न तालिकामा स्थापित गर्ने ।

स्थानमान $\longrightarrow$	5^2	5^1	5^0
	25	5	1
पञ्चआधार सङ्ख्या $\longrightarrow$	2	3	1

$$\begin{aligned} \text{अब, } 231_5 &= 2 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 1 \times 5^0 \\ &= 2 \times 25 + 3 \times 5 + 1 \times 1 \\ &= 50 + 15 + 1 \\ &= 66 \end{aligned}$$

$$231_5 = 66$$

द्रष्टव्यः दस आधारका सङ्ख्यामा आधार जनाउने सङ्केत आवश्यक हुँदैन ।

क्रियाकलाप 6

पञ्च आधारबाट द्विआधारमा रूपान्तर गर्न पञ्च आधारलाई पहिले दस आधारमा रूपान्तर गर्ने यसपछि द्विआधारमा रूपान्तर गर्नु पर्ने बुझाउने । यसरी नै द्विआधारबाट पञ्च आधारमा रूपान्तर गर्दा पहिले द्विआधारलाई दस आधारमा रूपान्तर गर्ने र त्यसपछि आएको दस आधारको सङ्ख्यालाई पञ्च आधारमा रूपान्तर गर्नुपर्छ भन्ने बुझाउने । पाठको उदाहरण (7) कक्षामा छलफल विधिबाट हल गराउने ।

क्रियाकलाप 7

पञ्च आधार सङ्ख्याको जोड तालिकाको सहायताले निम्न जोड समस्या हल गर्ने र तालिकामा निम्न अनुसार देखाउने ।

(1)

4_5	+	0	1	2	3	4
$+1_5$	0	0	1	2	3	4
10_5	1	1	2	3	4	10_5
	2	2	3	4	10_5	11_5
	3	3	4	10_5	11_5	12_5
	4	4	10_5	11_5	12_5	13_5

(2)

13	+	0	1	2	3	4
$+4$	0	0	1	2	3	4
22	1	1	2	3	4	10_5
	2	2	3	4	10_5	11_5
	3	3	4	10_5	11_5	12_5
	4	4	10_5	11_5	12_5	13_5

तालिकामा उल्लेख भएका एकै अङ्कका सङ्ख्याको जोडको अर्थ बुझाउनुका साथै छरितो (Facility) का लागि थप अभ्यास (Practice) गराउने । यसरी नै तालिका प्रयोग नगरी हातलागी आउने जोडको थप अभ्यास गराउने ।

क्रियाकलाप 8

- (i) पञ्च आधार सङ्ख्या तालिकाको सहायताले सर्वप्रथम 10_5 बाट क्रमशः 1,2,3,4 घटाउँदा आउने सङ्ख्याको धारणा दिने ।

10_5	-	0	1	2	3	4
-2_5	10_5	10_5	4	3	2	1
3_5	4	4	3	2	1	0
	3	3	2	1	0	
	2	2	1	0		
	1	1	0			
	0	0				

10_5	-	0	1	2	3	4
-2_5	10_5	10_5	4	3	2	1
3_5	4	4	3	2	1	0
	3	3	2	1	0	
	2	2	1	0		
	1	1	0			
	0	0				

यसरी नै घटाउसम्बन्धी थप अभ्यास गराउने ।

- (ii) पाठको 2.2 (आ) को उदाहरण (10) को घटाउलाई कक्षामा छलफल गराई समस्या हल गर्ने/गराउने ।

$$\begin{array}{r} 42_5 \\ -23_5 \\ \hline 14_5 \end{array}$$

यहाँ दोस्रो स्थानमान भएको ठाउँबाट 1 सापट लिँदा पहिलो स्थानमा 10_5 हुन्छ । तालिकाबाट $10_5 - 3_5 = 2_5$ हुन्छ तर पहिलो स्थानमा 2_5 साविकमै भएकाले घटाएर आएको थप्नुपर्छ, त्यसैले पहिलो स्थानमा $2_5 + 2_5 = 4_5$ हुन्छ । पुनः दोस्रो स्थानमा अब 3 मात्र बाँकी हुन्छ र $3 - 2 = 1$ हुन्छ ।

शिक्षकले पञ्चआधार जोड तालिकालाई पनि घटाउ क्रियाका लागि निम्नानुसार प्रयोग गर्न सक्नु हुन्छ ।

42_5						
-23_5						
14_5						
	+	0	1	2	3	4
	0	0	1	2	3	4
	1	1	2	3	4	10_5
	2	2	3	4	10_5	11_5
	3	3	4	10_5	11_5	12_5
	4	4	10_5	11_5	12_5	13_5

अब दोस्रो स्थानबाट 1 सापट लिँदा पहिलो स्थानमा 12_5 हुन्छ । तालिकाको भित्रपट्टि कुनै 12_5 लाई चिनो लगाएर तेर्सो र ठाडो धर्को तान्ने अब अर्को धर्कोले एकापट्टि घटाउने अङ्क 3 हुँदा घटेर आउने अङ्क 4 हुन्छ । अब दोस्रो स्थानमा $3 - 2 = 1$ हुन्छ ।

अभ्यासका केही समस्याका हल

अभ्यास 2 (घ) को प्रश्न नं. 1 (ठ) को हल :

समाधान

$$\begin{array}{r} 3214_5 \\ + 4243_5 \\ \hline 13012_5 \end{array}$$

अभ्यास 2 (घ) को प्रश्न नं. 1 (ठ) को हल :

$$\begin{array}{r} 333_5 \\ - 124_5 \\ \hline 204_5 \end{array}$$

थप अभ्यास

सरल गर :

1. $2043_5 + 4102_5$
2. $4001_5 - 234_5$

खेसा

$$4_5 + 3_5 = 12_5$$

$$1_5 + 4_5 + 1_5 = 11_5$$

$$2_5 + 2_5 + 1_5 = 10_5$$

$$\underbrace{3_5 + 4_5} + \underbrace{1_5} = \underbrace{13_5}$$

प्रश्नबाट हातलागेको योग

खेसा

3_5 बाट 4_5 नघट्ने हुनाले

10_5 सापट ल्याएर 3_5 मा जोड्दा :

$$10_5$$

$$+ 3_5$$

$$13_5$$

फेरि, 4_5 घटाउँदा

$$- 4_5$$

$$4_5$$

$$2_5 - 2_5 = 0$$

$$3_5 - 1_5 = 2_5$$

थप सुभाब

1. विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।
2. पञ्चआधारको जोड गर्दा तलको तुलनात्मक तालिका याद गराउने क्रियाकलाप गरी थप धारणा दिने ।

दशमलब सङ्ख्या

पञ्चआधार सङ्ख्या

11	→	1 ₅	
12	→	2 ₅	
13	→	3 ₅	
14	→	4 ₅	
15	→	10 ₅	(लेख्नु पर्ने 0 हात लाग्यो 1)
16	→	11 ₅	(लेख्नु पर्ने 1 हात लाग्यो 1)
17	→	12 ₅	(लेख्नु पर्ने 2 हात लाग्यो 1)
18	→	13 ₅	(लेख्नु पर्ने 3 हात लाग्यो 1)
19	→	14 ₅	(लेख्नु पर्ने 4 हात लाग्यो 1)
20	→	20 ₅	(लेख्नु पर्ने 0 हात लाग्यो 2)
21	→	21 ₅	(लेख्नु पर्ने 1 हात लाग्यो 2)
22	→	...	
23	→	...	
24	→	...	
25	→	30 ₅	(लेख्नु पर्ने 0 हात लाग्यो 3)
26	→	31 ₅	(लेख्नु पर्ने 1 हात लाग्यो 3)
27	→	...	
28	→	...	
29	→	...	
30	→	40 ₅	(लेख्नु पर्ने 0 हात लाग्यो 4)
31	→	41 ₅	(लेख्नु पर्ने 1 हात लाग्यो 4)

यस तालिकालाई दशमलब सङ्ख्या 50 सम्मको लागि भरेर याद गर्ने/गराउने ।

वर्गमूल र घनमूल

(Square Root and Cube Root)

शिक्षण घन्टी : 5

एकाइ उद्देश्य

पूर्णाङ्कमा वर्ग र वर्गमूल तथा घन र घनमूल निकाल्न ।

पाठ 3.1

वर्ग र वर्गमूल

(Square and Square Root)

उद्देश्य

1. पूर्णाङ्कमा वर्ग निकाल्न ।
2. पूर्णाङ्कमा गुणनखण्ड र भाग विधिबाट वर्गमूल निकाल्न ।

शैक्षिक सामग्री

पूर्ण सङ्ख्या वर्ग तालिका

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

छलफलबाट पूर्णाङ्कको वर्ग तालिकाको पहिलो 1 देखि 9 सम्मको वर्ग निकाल्न लगाउने र निम्न वर्ग तालिकाको चार्ट प्रस्तुत गरेर बाँकी वर्ग सङ्ख्या बारे छलफल गर्ने ।

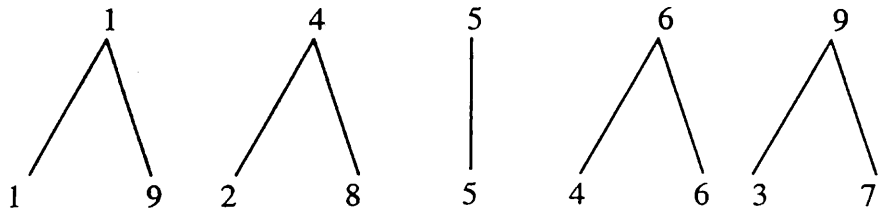
पूर्णाङ्क (वर्गमूल)	वर्गसङ्ख्या	पूर्णाङ्क (वर्गमूल)	वर्गसङ्ख्या	पूर्णाङ्क (वर्गमूल)	वर्गसङ्ख्या
1	1	10	100	100	10000
2	4	20	400	200	40000
3	9	30	900	300	90000
4	16	40	1600	400	160000
5	25	50	2500	500	250000
6	36	60	3600	600	360000
7	49	70	4900	700	490000
8	64	80	6400	800	640000
9	81	90	8100	900	810000

छलफलका आधारमा माथिको तालिका प्रयोग गर्दै 1 देखि 9 सम्मका सङ्ख्याहरूको वर्गसङ्ख्याहरूको अन्तिम अर्थात् एकाइ स्थानमा 1, 4, 5, 6, 9 मात्र आउने निष्कर्षमा पुग्ने ।

तालिकाको कुनै पनि वर्ग सङ्ख्याको वर्गमूलको अन्तिम अर्थात् एकाइ स्थानमा आउने सङ्ख्याबारे छलफल गराउने ।

वर्ग सङ्ख्याको
अन्तिम अङ्क

वर्गमूलको
अन्तिम अङ्क



तसर्थ निष्कर्ष निकाल्ने कि अन्तिम अङ्क 1 भएको पूर्णवर्गको वर्गमूलमा अन्तिम अङ्क 1 वा 9, पूर्ण वर्ग 4 भएकोमा 2 वा 8, पूर्ण वर्ग 5 मा 5, पूर्ण वर्ग 6 मा 4 वा 6 र पूर्ण वर्ग 9 मा 3 वा 7 हुन्छ । माथिका अङ्क एउटा पत्ता लाग्दा अर्को सङ्ख्या 10 बाट घटाउँदा सजिलै पत्ता लाग्न सकिने कुराको धारणा दिने । वर्गमूल र वर्गसङ्ख्याका अङ्कहरूको (digits) तुलना गर्दा वर्गमूल सङ्ख्यामा पहिलो अङ्क 3 वा सो भन्दा सानो हुँदा वर्गसङ्ख्याका अङ्कहरू वर्गमूलमा भएका अङ्कहरूको दोब्बरभन्दा 1 कम र 3 भन्दा ठूलो हुँदा दोब्बर हुन्छन् । जस्तै; 16 को वर्ग 256, 30 को 900 हुन्छ र 40 को वर्ग 1600 हुन्छ । वर्गमूलको चिह्नबारे पनि कक्षामा छलफल गर्ने र प्रयोग गर्न लगाउने ।

वर्गमूल र वर्ग विपरीत क्रिया हुन् भनी निम्न उदाहरणबाट स्पष्ट गराउने ।

$4 = 2^2 \quad \therefore \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$, यहाँ वर्गमूलको चिह्न $\sqrt{\quad}$ र 2 को घाताङ्क 2 विपरीत क्रियाको आधारमा हटाइन्छ र बाँकी 2 मात्र हुन्छ ।

$$\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$$

$$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$$

दृष्टव्य

यो तालिकामा थप केही लाइनहरूमा $\sqrt{25} = \dots\dots\dots$ आदि भर्न लगाउने ।

क्रियाकलाप 2

गुणन खण्ड विधिबाट वर्गमूल पत्ता लगाउन रूढ गुणन खण्ड निकाल्न उपयुक्त हुने कुराको धारणा दिने । निम्न उदाहरणबाट रूढ गुणन खण्ड र सामान्य गुणन खण्ड पत्ता लगाई उपयुक्त विधि छनोट वारे धारणा दिने ।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\begin{aligned} \text{अब, } \sqrt{36} &= \sqrt{2^2 \times 3^2} \\ &= 2 \times 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

36 को वर्गमूल = 6 हुन्छ ।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 6 \overline{) 18} \\ 3 \end{array}$$

$$36 = 2 \times 3 \times 6$$

$$\text{अब, } \sqrt{36} = \sqrt{2 \times 3 \times 6}$$

यहाँ वर्गमूल पत्ता लगाउन विपरीत क्रियाको आधार
लिन सकिँदैन किन भने गुणनखण्ड अङ्कहरू वर्गको $\therefore$
रूपमा लेखिएको छैनन् ।

तसर्थ, खण्डीकरण विधिबाट वर्गमूल पत्ता लगाउँदा रूढ खण्डीकरण विधि उपयुक्त देखिन्छ ।
वर्गमूल क्रियामा निम्न गुणहरू पाइन्छ ।

$$\sqrt{16} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{2^2 \times 2^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2^2} = 2 \times 2 = 4$$

$$\sqrt{16} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2} \times \sqrt{2 \times 4} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{4} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2^2} = 2 \times 2 = 4$$

$$\sqrt{16} = \sqrt{4 \times 4} = \sqrt{4} \times \sqrt{4} = 4$$

माथिको गुण छलफल र उदाहरणबाट प्रस्ट पार्ने ।

क्रियाकलाप 3

भाग विधिबाट वर्गमूल सिकाउन पाठमा दिएको 15376 जस्ता सङ्ख्यालाई नै कक्षामा
छलफल गर्न लगाउने । पहिले गरिएको छलफल आधारमा यसको वर्गमूल सङ्ख्यामा
तीनओटा अङ्क हुनु पर्ने अर्थात् सयको सङ्ख्या हुनु पर्ने र सयको स्थानमा अङ्क 4 भन्दा
सानो हुने प्रस्ट पार्ने त्यसैले दिएको सङ्ख्यालाई दाहिने तिरबाट जोडा मिलाएर चिह्न
लगाउँदा $1\overline{53}\overline{76}$ जम्मा दुईटा चिह्न लाग्छ र बाँकी सङ्ख्या 1 हुन्छ । यसबाट जोडाको
दुई र बाँकी अङ्कको एक गरी जम्मा तीन अङ्कको सङ्ख्या वर्गमूल हुनु पर्ने भनी प्रस्ट
पार्ने । साथै बाँकी अङ्कबाट सय स्थानमा आउने वर्गमूल बन्ने हुँदा र 1 को वर्गमूल 1 हुने
हुँदा, सयको स्थानमान 1 हुन्छ भनी प्रस्ट धारणा दिने । बाँकी प्रक्रिया निम्नानुसार बुझाउँदै
गर्ने ।

1	153 76
+1	-1
2	2
+2	-44
24	4
+4	-976
248	x

124 यहाँ 1 को वर्गमूल 1 भएको र बाँकी अङ्कहरूमा दुईओटा अङ्कको एउटा अङ्क वर्गमूल आउने हुँदा दुई-दुईओटा अङ्क भर्नुपर्छ ।

- भाजक र भागफलले जोडेर आएको
- एक जोडा भारेको अङ्क 53 लाई भाग गर्दा ठ्याक्क भाग पुग्ने गरी थप्ने अङ्क 2 हो । यहाँ 2 थपदा भागफलमा पनि 2 थप्नुपर्छ ।
- भाजक 22 मा भागफल 2 जोडेर आएको सङ्ख्या 24
- पुनः बाँकी जोडा अङ्क 76 लाई भारेर 976 भयो र यसलाई मात्र गर्दा 24 मा दाहिने पट्टि थपेर ठ्याक्क भाग जाने अङ्क 4 हो ।

तसर्थ 124 वर्गमूल भयो । पछिल्लो पटक भाग गरेको अङ्क 4 भाजक 244 मा जोड्दा 288 हुन्छ । यो सङ्ख्या वर्गमूलको दोब्बर हुन्छ । वर्गमूल सही भए नभएको पनि यसबाट जाँच्न सकिने भयो भनी धारणा दिने ।

पाठको उदाहरणमा दिएको समस्यालाई कक्षाकार्यको रूपमा प्रयोग गरी व्यक्तिगत रूपमा शिक्षकले सहयोग गर्ने ।

क्रियाकलाप 4

एक देखि सय सम्मका सङ्ख्याहरूमा 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, पूर्ण वर्ग सङ्ख्याहरू हुन र 2, 3, 5, 7, 8, 10, 99, अपूर्ण वर्ग सङ्ख्या हुन भनी धारणा दिने । अपूर्ण वर्ग सङ्ख्यालाई उस्तै दुई ओटा पूर्णाङ्कमा खण्डीकरण गर्न नमिल्ने बनाउने । त्यसकारण, 2, 3, 5, आदि अपूर्ण वर्ग सङ्ख्याको वर्गमूल पूर्णाङ्क हुँदैन । तलको तालिकाको सहायताबाट 2 को वर्गमूलको धारणा दिलाउने ।

सङ्ख्या	1	2	4	5
वर्गमूल	1	1 भन्दा ठूलो र 2 भन्दा सानो हुन्छ	2	2 भन्दा ठूलो र 3 भन्दा सानो

माथिबाट $\sqrt{2}$ = एकभन्दा ठूलो र दुईभन्दा सानो सङ्ख्या हुन्छ । यस्तो सङ्ख्या पूर्णाङ्क हुन सक्तैन । त्यसकारण यो सङ्ख्या एक र दुई बीचको दशमलव सङ्ख्या हुन्छ । अर्थात् 1. ... हुन्छ ।

यसरी नै केही अपूर्ण वर्ग सङ्ख्याको वर्गमूलबारे कक्षामा छलफल गर्ने ।

सङ्ख्या 1	3	4	4	5	9	16	24	25	100	111	121
वर्गमूल 1	(1. ...)	2	2	(2. ...)	3	4	(4.)	5	10	(10.)	11

तालिकाको सहयोगबाट अपूर्ण वर्ग सङ्ख्याको वर्गमूलको पूर्ण सङ्ख्यामान सजिलैसित पत्ता लगाउन सकिने कुराको धारणा दिने र अभ्यास गराउने । अपूर्ण वर्ग सङ्ख्याको वर्गमूल निकाल्न भाग विधि प्रयोग गरिने कुराको धारणा दिने । निम्न लिखित वर्गमूलको हिसाब भाग विधिबाट कक्षामा छलफल गरी धारणा दिने ।

1	2.00 00	1.41
+1	-1	
24	100	
+4	-96	
281	400	
	-281	

→ पूर्णवर्ग सङ्ख्याको भागविधि जस्तै गरी भाग गर्ने

→ भागलाग्न छाडे पछि दशमलब चिह्न राखी दुई-दुईओटा जोडा हुने गरी शून्य थप्ने । शून्यको जोडा जति हुन्छ दशमलब पछि त्यति नै अङ्क प्राप्त गर्न सकिन्छ । यहाँ दुई जोडा शून्य थपेकाले दशमलब पछिको दुईटा अङ्क वर्गमूलमा पाइन्छ ।

→ $\sqrt{2} = 1.41$ हुन्छ । तर दशमलब पछि तीन अङ्क चाहिँदा तीन जोडा शून्य थप्नुपर्छ । यसै गरी अरु चाहिने जति अङ्क निकाल्न सकिन्छ ।

कक्षामा यसरी अपूर्ण वर्ग सङ्ख्याको वर्गमूल अन्तर्हिन हुन्छ भनी जानकारी दिनु पर्छ ।

क्रियाकलाप 5

पूर्णाङ्कमा वर्ग वा वर्गमूल निकाल्दा चिह्नको पनि विचार गर्नु पर्छ । जस्तै

$$-1 \times -1 = (-1)^2 = 1$$

$$-2 \times -2 = (-2)^2 = 4$$

$$-3 \times -3 = (-3)^2 = 9$$

यसरी, -1, -2, र -3 क्रमसः 1, 4, र 9 का वर्गमूल हुन र 1, 4, 9 क्रमसः -1, -1, र -3 का वर्ग हुन । पुनश्च : 1, 2, 3 पनि 1, 4, 9 को वर्गमूल हो । त्यसकारण $\sqrt{1} = \pm 1$, $\sqrt{4} = \pm 2$, $\sqrt{9} = \pm 3$ हुन्छ भनी धारणा दिने । साथै अरु अभ्यास पनि कक्षामा गराउने र छलफलबाट कनै पनि सङ्ख्याको वर्गमूल पूर्णाङ्कमा $\pm$ सङ्ख्या आउने निष्कर्ष निकाल्न लगाउने ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

पूर्णाङ्क घन सङ्ख्याको घनमूल निकाल्न ।

आवश्यक सामग्री

1 देखि 1600 सम्मको पूर्णाङ्क घन सङ्ख्या तालिका

शिक्षण सिकाइ नमुना क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

कुनै सङ्ख्यालाई दुईपटक गुणन गर्दा वर्ग सङ्ख्या भए जस्तै कुनै सङ्ख्यालाई तीनपटक गुणन गर्दा घनसङ्ख्या हुन्छ भनेर छलफल गर्ने र तालिकाको खाली कोठा भर्न लगाउने ।

दिएको सङ्ख्या	तीनपटक गुणन गरेको	गुणनफल
1	$1 \times 1 \times 1 = 1$	1
2	$2 \times 2 \times 2 = 8$	8
3	$3 \times 3 \times 3 = 27$	27
4	$\dots \times \dots \times \dots = \dots$	...
5	$\dots \times \dots \times \dots = \dots$	...
6	$\dots \times \dots \times \dots = \dots$	...
7	$\dots \times \dots \times \dots = \dots$	...
8	$\dots \times \dots \times \dots = \dots$	...
9	$\dots \times \dots \times \dots = \dots$	...
10	$\dots \times \dots \times \dots = \dots$	...

तालिकामा गुणनफलको लहरमा 1600 नआउन्जेल सम्मका सङ्ख्या कक्षामा भर्न लगाउने । दिएको सङ्ख्याका लहरमा भएका सङ्ख्याहरूलाई गुणनफलका सङ्गति अङ्कको घनमूल र गुणनफलका लहरमा रहेका सङ्ख्यालाई दिएको सङ्ख्याको घन सङ्ख्या भन्दछन् भन्ने धारणा दिने । अर्थात्, 1 को घन 1, 2 को घन 8, 3 को घन 27 हुन्छ । यसैगरी 1 को घनमूल 1, 8 को घनमूल 2 र 27 को घनमूल 3 हुन्छ । घनमूललाई $\sqrt[3]{}$ ले जनाइन्छ भन्ने प्रस्ट गर्ने ।

1 को घनमूललाई $\sqrt[3]{1}$, 8 को घनमूललाई $\sqrt[3]{8}$, र 27 को घनमूल लाई $\sqrt[3]{27}$ ले जनाइन्छ भनी स्पष्ट पार्ने ।

$$\text{पुनः } \sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{1 \times 1 \times 1} = \sqrt[3]{1^3} = 1$$

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

उपर्युक्त अनुसार घन र घनमूल विपरीत क्रिया भएको प्रस्ट पार्ने ।

क्रियाकलाप 2

गुणनखण्ड विधिबाट घनमूल निकाल्न दिएको सङ्ख्यालाई उस्तै तीनओटा गुणनखण्डमा लगेर त्यसको एउटा खण्डलाई घनमूल भनिन्छ भनी धारणा दिने ।

गुणन खण्डीकरण गर्दा रूढ खण्डीकरण विधि प्रयोग गर्नु पर्ने धारणा दिने र पाठको उदाहरण (5) लाई छलफल विधिबाट कक्षामा गर्ने ।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 5832} \\ 2 \overline{) 2916} \\ 2 \overline{) 1458} \\ 3 \overline{) 729} \\ 3 \overline{) 243} \\ 3 \overline{) 81} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \end{array}$$

or, $5832 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

रूढ खण्डीकरण गर्दा

$$\begin{aligned} \text{अब, } \sqrt[3]{5832} &= \sqrt[3]{2^3 \times 3^3 \times 3^3} \text{ घनमूल र घन विपरीत क्रिया भएकाले} \\ &= 2 \times 3 \times 3 \\ &= 18 \end{aligned}$$

$$\therefore 5832 \text{ को घनमूल वा } \sqrt[3]{5832} = 18 \text{ हुन्छ ।}$$

क्रियाकलाप 3

कक्षामा एउटै सङ्ख्या वर्गसङ्ख्या र घन सङ्ख्या हुन सक्ने वा नसक्ने बारे छलफल गर्ने र ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउन सहयोग गर्ने ।

उदाहरण :

$$1 \text{ को घनसङ्ख्या } = 13 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$1 \text{ को वर्गसङ्ख्या } = 12 = 1 \times 1 = 1$$

$$\therefore 1 \text{ को वर्ग घनसङ्ख्या } = 1$$

$$\text{र } 1 \text{ को वर्गसङ्ख्या } = 1$$

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई भाथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

आनुपातीकरण (Rationalization)

शिक्षण घन्टी : 7

पाठ : 4.1 आनुपातीकरण (Rationalization)

4.2 $\sqrt{\quad}$ चिह्न समावेश भएका जोड र घटाउ

4.3 सङ्ख्याहरूको वैज्ञानिक सङ्केत (Scientific Notation of the Number)

पाठ : 4.1

आनुपातीकरण (Rationalization)

उद्देश्य

भिन्न सङ्ख्याहरूको हरमा $\sqrt{\quad}$ चिह्नलाई हटाई हरलाई आनुपातीकरण गर्ने ।

आवश्यक सामग्री

शिक्षण सिकाइ नमुना क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

भिन्न $\frac{2}{\sqrt{5}}$ मा अंश पूर्ण सङ्ख्या र हरलाई अनानुपातिक सङ्ख्या भन्दछन् भनी स्मरण गराउने । $\frac{2}{\sqrt{5}}$ मा हरलाई आनुपातिक सङ्ख्यामा रूपान्तर गर्नुलाई नै आनुपातिकरण गरिएको मानिन्छ । $\sqrt{5}$ लाई $\sqrt{5}$ ले गुणन गर्दा पूर्ण सङ्ख्या हुन्छ जुन आनुपातिक सङ्ख्या हो । त्यसैले $\frac{2}{\sqrt{5}}$ लाई आनुपातिकरण गर्नु पर्दा हर र अंश दुवैलाई $\sqrt{5}$ ले गुणन गर्नु पर्ने हुन्छ ।

$$\text{अब, } \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{पुनः } \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

यहाँ हरमा $\sqrt{3}$ छ । $\sqrt{3}$ लाई आनुपातिक सङ्ख्या बनाउन $\sqrt{3}$ ले अंश र हर दुवैमा $\sqrt{3}$ ले गुणन गर्नुपर्छ ।

$$\text{अर्थात्, } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2 \times 3}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

थप उदाहरण :

$$\text{आनुपातीकरण गर : } 15\sqrt{\frac{7}{5}}$$

समाधान :

यहाँ,

$$15\sqrt{\frac{7}{5}}$$

$$= 15 \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$$

$$= 15 \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$= 15 \times \frac{\sqrt{7 \times 5}}{\sqrt{5 \times 5}}$$

$$= 15 \times \frac{\sqrt{35}}{5}$$

$$= 3 \sqrt{35}$$

थप अभ्यास :

$$1. 7 \times \frac{5}{\sqrt{7}}$$

$$2. \sqrt{\frac{7}{11}}$$

$$3. 2\sqrt{5} \times \frac{3}{\sqrt{5}}$$

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

√ चिह्न समावेश भएका जोड र घटाउ गर्न ।

आवश्यक सामग्री

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

अनानुपातिक सङ्ख्याको जोड

शिक्षकका लागि

$$8 = 2 \times 4$$

$$\text{अथवा, } \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 4}$$

$$= \sqrt{2} \times \sqrt{2^2}$$

$$= \sqrt{2} \times 2$$

$$= 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

दुवै तिर वर्गमूल गर्दा

$$\text{पुनः } (\sqrt{2} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$$

$$= 2 + 2(\sqrt{2})^2 + 2$$

$$= 2 + 2 \times 2 + 2$$

$$= 4 + 4$$

$$= 8$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

को सूत्रबाट

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}, \quad \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \text{ हुन्छ । यो क्रियालाई साभ्ता लिएर धारणा दिने ।}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{2}(1+1) = 2\sqrt{2}, \quad \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = \sqrt{2}(1+2) = 3\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = \sqrt{3}(2+5) = 7\sqrt{3}$$

समान अङ्कको वर्गमूल भएको हिसाबमा तिनीहरूलाई बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको सरलीकरण गर्ने विधि गरी जोड वा घटाउ गर्न सकिन्छ भनी धारणा दिने ।

तर असमान अङ्कको वर्गमूल भएमा त्यस्तालाई असमान बीजीय सङ्केत जस्तै गरी हिसाब गर्नु पर्ने हुन्छ ।

जस्तै :

$\sqrt{2} + \sqrt{3}$ यसलाई जोड्न मिल्दैन किनभने यहाँ 2 र 3 असमान अङ्कको वर्गमूलहरूको जोड गर्नु पर्ने हुन्छ ।

पाठको उदाहरण (3) लाई कक्षामा छलफल गराई हल गर्ने ।

(क) $\sqrt{18} + \sqrt{8}$

$$= \sqrt{2 \times 9} + \sqrt{2 \times 4} \quad (\text{पूर्ण वर्ग आउनेलाई गुणन खण्डको रूपमा लेख्दा ।})$$

$$= \sqrt{2}\sqrt{9} + \sqrt{2}\sqrt{4}$$

$$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \quad (\text{वर्गमूल लिँदा})$$

$$= 5\sqrt{2} \quad (\text{समान अङ्क 2 को वर्गमूल भएकाले जोड नियम प्रयोग गरेको})$$

क्रियाकलाप 2

आनुपातिक सङ्ख्याको घटाउ :

समान अङ्कको वर्गमूल भएको हिसाबमा जोडमा गरे भैं बीजीय अभिव्यञ्जकको घटाउमा जस्तै समान बीजीय सङ्केत जस्तै गरी हिसाब गर्नु पर्छ भनी धारणा दिने ।

$$\text{जस्तै : } 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}(4 - 1)$$

$$= \sqrt{2} \cdot 3$$

$$= 3\sqrt{2}$$

पाठको उदाहरण 3 (ख) लाई कक्षामा छलफलबाट हल गर्ने ।

समाधान

$$3\sqrt{12} - \sqrt{63} - \sqrt{27}$$

$$= 3\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{9 \times 7} - \sqrt{9 \times 3} \quad (\text{वर्गमूल पूर्ण सङ्ख्या हुने गुणनखण्डमा लगेको } \sqrt{})$$

$$= 3\sqrt{4} \sqrt{3} - \sqrt{9} \sqrt{7} - \sqrt{9} \sqrt{3} \quad (\text{चिह्नको गुणनको प्रयोगबाट})$$

$$= 3 \times 2\sqrt{3} - 3\sqrt{7} - 3\sqrt{3} \quad (\text{वर्गमूल लिँदा})$$

$$= 6\sqrt{3} - 3\sqrt{7} - 3\sqrt{3}$$

$$= 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{7}$$

$$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{7}$$

(वर्गमूलमा समान अङ्क भएकालाई घटाउ क्रिया गर्दा

वर्गमूलमा असमान सङ्ख्या रहेको जस्ताको त्यस्तै राखेको ।)

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

सङ्ख्याहरूलाई वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्न ।

आवश्यक सामग्री

10 का 100 का अपवर्त्यहरू, सङ्केतमा लेखिएका तालिकाहरू ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप**क्रियाकलाप 1**

सङ्ख्याको नामकरणबारे छलफल गर्ने । हिन्दु अरेबिक सङ्ख्या प्रणालीमा अङ्कका सङ्ख्यालाई अरब भनी नामाकरण गरिएको तथा प्रचलनमा रहेको धारणा दिने । तर त्यसभन्दा पनि बढी अङ्कको सङ्ख्याहरूलाई लेख्न र भन्न कठिन हुने भएकाले वैज्ञानिक सङ्केतको प्रयोग हुने जानकारी गराउने । उदाहरणका लागि पृथ्वीबाट सूर्यको दूरीलाई मिटरमा जनाउँदा 160000000000 मिटर लेखिन्छ । यसलाई पढ्न र लेख्न कठिन हुन्छ । यसरी नै इलेक्ट्रोनको तौल (Mass) साढे सानो अर्थात् 0.0000000000000000000000000000000091 ग्राम हुनाले यसलाई यही रूपमा लेख्न र पढ्न सम्भव छैन तथा भूल हुन जाने धेरै सम्भावना हुने कुराको धारणा दिने । त्यसकारण वैज्ञानिक तथ्यहरूलाई सङ्ख्यामा सरलरूपमा उतार्न वैज्ञानिक सङ्केतको अत्यधिक महत्त्व भएको स्पष्ट गराउने । यसरी पृथ्वीबाट सूर्यको दूरी 1.6×10^{11} मिटर लेखिन्छ । यसै गरी इलेक्ट्रोनको तौल 9.1×10^{-31} ग्राम लेखिन्छ । यी उदाहरणमा सङ्ख्याहरू अङ्क 10 को घाताङ्कको रूपमा लेखिएका छन् । 10 को घाताङ्कको गुणाङ्कहरू 1 देखि 10 का बीचका अङ्क मात्र हुनुपर्छ । माथिको उदाहरणमा 10^{11} को गुणाङ्क 1.6 र 10^{-31} को गुणाङ्क 9.1 मा क्रमशः लेखिएका छन् ।

पाठका उदाहरणहरू कक्षामा छलफलबाट प्रस्ट पारी हल गर्ने गराउने ।

क्रियाकलाप 2

वैज्ञानिक सङ्केतमा लेखिएका सङ्ख्यालाई सामान्य सङ्ख्या प्रणालीमा निम्न तरिकाबाट छलफल गराई लेख्न लगाउने ।

उदाहरण :

अभ्यास 4 (ग) को 2 (क) 3.8×10^6

$$\begin{aligned}
 3.8 \times 10^6 &= \frac{38}{10} \times 10^6 && \text{(दशमलबलाई भिन्नमा बदल्ने)} \\
 &= \frac{38}{10} \times 1000000 && (10^6 \text{ लाई साधारण सङ्ख्यामा लेख्ने)} \\
 &= 3800000 && \text{हुन्छ ।}
 \end{aligned}$$

क्रियाकलाप 3

वैज्ञानिक सङ्केतमा लेखिएका सङ्ख्याको जोड गर्दा 10 को घाताङ्क समान बनाउने र दिएका अङ्कबाट साभ्ना लिने र बाँकी अङ्कहरू चार साधारण नियम प्रयोग गरी सरल गर्ने ।

उदाहरण :

अभ्यास 4 (ग) को 3 (क)

$$2.34 \times 10^2 + 2.35 \times 10^2$$

समाधान

$$\begin{aligned} \text{यहाँ, } 2.34 \times 10^2 + 2.35 \times 10^2 & \quad (\text{घाताङ्क समान भएकाले साभ्ना लिएको}) \\ &= (2.34 + 2.35) \times 10^2 \quad (\text{साधारण जोड क्रिया गरेको}) \\ &= 4.69 \times 10^2 \end{aligned}$$

उदाहरण : अभ्यास 4 (ग) को 3 (घ)

$$\begin{aligned} 2.4 \times 10^2 + 8 \times 10^3 & \quad (\text{घाताङ्क समान बनाएको}) \\ &= 0.24 \times 10^3 + 8 \times 10^3 \quad (\text{घाताङ्क समान भएकाले साभ्ना लिएको}) \\ &= (0.24 + 8) \times 10^3 \quad (\text{साधारण जोड क्रिया गरेको}) \\ &= 8.24 \times 10^3 \end{aligned}$$

घाताङ्क समान बनाउँदा सबभन्दा ठूलो घाताङ्कको रूपमा लेख्नुपर्छ भनी धारणा दिने । जस्तै; माथिको उदाहरणमा पहिलो पदमा घाताङ्क 2 र दोस्रो पदमा घाताङ्क 3 भएकोमा पहिलो पदको घाताङ्क पनि 3 बनाई साभ्ना लिएको भनी बुझाउने ।

क्रियाकलाप 4

वैज्ञानिक सङ्केतमा लेखिएका सङ्ख्याहरूको घटाउ गर्दा पनि जोडमा जस्तै प्रक्रिया अपनाउने बारे धारणा दिने ।

उदाहरण :

अभ्यास 4 (ग) को 4 (क)

$$3.75 \times 10^3 - 3.75 \times 10^3$$

$$\begin{aligned} \text{अब, } 3.75 \times 10^3 - 3.75 \times 10^3 & \quad (10 \text{ को ठूलो घाताङ्क 3 को समान बनाएको}) \\ &= 3.75 \times 10^3 - 0.375 \times 10^3 \quad (\text{घाताङ्क समान भएकाले साभ्ना लिएको}) \\ &= (3.75 - 0.375) \times 10^3 \quad (\text{साधारण घटाउ क्रिया गरेको}) \\ &= 3.375 \times 10^3 \end{aligned}$$

क्रियाकलाप 5

वैज्ञानिक सङ्केतमा लेखिएका हिसाबको सरलमा माथिको प्रक्रिया अपनाउने कुरा निम्न उदाहरणको हिसाबबाट स्पष्ट गर्ने ।

उदाहरण :

अभ्यास 4 (ग) को 5 (छ)

$$5.78 \times 10^2 - 6.19 \times 10^3 + 5.67 \times 10^3$$

यहाँ 10 को सबभन्दा ठूलो घाताङ्क 3 भएकाले सबै पदका 10 को घाताङ्क 3 बनाउनुपर्छ भन्ने धारणा दिने ।

$$\begin{aligned}
& \text{अब, } 5.78 \times 10^2 - 6.19 \times 10^3 + 5.67 \times 10^3 \\
& = 0.578 \times 10^3 - 6.19 \times 10^3 + 5.67 \times 10^3 \quad (\text{पहिलो पदमा 10 को घाताङ्क 3 बनाएको}) \\
& = (0.578 - 6.19 + 5.67) \times 10^3 \quad (\text{घाताङ्क समान भएकाले साभ्ता लिएको}) \\
& = (6.248 - 6.19) \times 10^3 \quad (\text{जोड क्रिया गरेको}) \\
& = 0.058 \times 10^3 \quad (\text{घटाउ क्रिया गरेको}) \\
& = \frac{5.8}{10^2} \times 10^3 \quad (10 \text{ को गुणाङ्क 1 र 10 बीच बनाएको}) \\
& = 5.8 \times 10 \\
& = 58
\end{aligned}$$

थप समस्या

1. $1.78 \times 10^5 + 2.73 \times 10^3 - 4.8 \times 10^4$
2. $5.46 \times 10^{-3} - 2.17 \times 10^{-4} + 2.4 \times 10^{-2}$

थप सुभाब

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

आनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्याहरू (Rational & Irrational Numbers)

शिक्षण घन्टी : 5

एकाइ उद्देश्य

आनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्या छुट्याउन ।

पाठ : 5.1

आनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्याहरू

उद्देश्य

1. अन्त हुने र अन्तहिन दशमलव सङ्ख्याहरू छुट्याउन ।
2. पुनरावृत्त दशमलवलाई साधारण भिन्नमा रूपान्तर गर्न ।
3. आनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्याहरू छुट्याउन ।
4. वास्तविक सङ्ख्याका समूहको पहिचान गर्न ।

आवश्यक सामग्रीहरू

सङ्ख्या पद्धतिको चार्ट, सङ्ख्या पद्धतिको भेन.चित्र ।

शिक्षण सिकाइ नमुना क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

अघिल्लो कक्षामा पढेको आनुपातिक सङ्ख्यावारेमा छलफल गर्ने । पूर्णाङ्क समूहका दुई अङ्कको जोड, घटाउ र गुणन पूर्णाङ्क हुन्छन् तर भाग क्रियामा सधैं पूर्णाङ्क नहुन सक्छन् भनी $\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}$ आदि उदाहरणबाट प्रस्ट पार्ने । पूर्णाङ्कमा भएका कुनै दुई अङ्कको 0 बाहेकले भाग क्रिया गरेर आउने सङ्ख्या कति हुन्छन् भनी छलफल गरी असीमित समूह हुन्छन् भनी बुझाउने । यस समूहमा प्राकृतिक सङ्ख्या, पूर्ण सङ्ख्या र पूर्णाङ्कको समूह पर्दछन् । यस समूहलाई आनुपातिक सङ्ख्या (Rational Number) को समूह भन्दछन् र यसलाई अङ्ग्रेजी अक्षर Q ले जनाइन्छ । त्यसैले,

$$Q = \{ \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \dots, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \dots \}$$

फेरि, $N \subset Q, W \subset Q, Z \subset Q$ भनी पुनरावृत्ति गर्ने । अघिल्लो कक्षामा पढेको आनुपातिक सङ्ख्याको निम्न परिभाषा कक्षामा भन्न लगाउने । a र b दुईओटा कुनै पूर्णाङ्कहरू हुन् र

$b \neq 0$ भए $\frac{a}{b}$ को रूपमा व्यक्त गरिने सङ्ख्याहरूलाई आनुपातिक सङ्ख्या (Rational Number) भन्दछन् ।

आनुपातिक सङ्ख्याहरू $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$ लाई दशमलव सङ्ख्यामा क्रमश 0.5, 0.333....,

0.2, 0.142857142857.... लेखिन्छ । यहाँ $\frac{1}{2} = 0.5$, $\frac{1}{5} = 0.2$ लाई प्रस्ट अन्त भएको

पाइन्छ भने $\frac{1}{3} = .0333...$ र $\frac{1}{7} = 0.142857142857...$ मा क्रमशः 3 र 142857 दोहोरिएर

आउने अङ्क भएकाले यी दुवै खाले एकिन गर्न सकिने दशमलव सङ्ख्या भएकाले आनुपातिक सङ्ख्या भन्दछन् । दशमलव पछि दोहोरिएर आउने सङ्ख्यालाई “आवर्त” ले नामकरण गरिन्छ र दोहोरिएको सङ्ख्या एकपटक लेखी त्यसमाथि थोप्ला वा धर्को राख्ने चलन छ ।

त्यसैले $\frac{1}{3} = .0333... = 0.\bar{3}$ र $\frac{1}{7} = 0.142857142857... = 0.\overline{142857}$

यी सङ्ख्याहरू अन्त हुने खाले हुन् र आनुपातिक सङ्ख्या भनिन्छ भनी बुझाउने ।

अघिल्लो पाठमा $\sqrt{2}$ को वर्गमूल निकाल्दा 1.41 निकालेको स्मरण गराउँदै यो सङ्ख्या $\sqrt{2}$ को ठ्याक्कै वर्गमूल होइन । यो वर्गमूलको नजिकको सङ्ख्यामात्र हो । $\sqrt{2}$ को वर्गमूल गर्न लगाएर अझ दुई अङ्क थप हुने गरी गर्ने र अझै नटुङ्गिएको बुझाउने र पाठमा उल्लेख गरिएको $\sqrt{2} = 1.41421356....$ पनि नटुङ्गिएको भनी यो अन्तहीन सङ्ख्या भनी बुझाउने । यो सङ्ख्या कहिल्यै पनि टुङ्गिदैन न यसमा दोहोरिने गरी अङ्कहरू आउँछन् । यसै गरी $\sqrt{2} = 2.23620679....$ पनि कहिल्यै टुङ्गिदैन र अङ्कहरू दोहोरिने गरी आउँछ भनी बुझाउने र गरेर पनि देखाउने । यसरी अन्त हुने र अन्तहीन सङ्ख्या छुट्टयाउने आधार बनाई यस्तो $\sqrt{\quad}$ चिन्ह भित्र पूर्ण वर्ग सङ्ख्यावाहेक सबै अन्तहीन हुन् भनी निष्कर्षमा पुऱ्याउने ।

अन्तहीन सङ्ख्यालाई अनानुपातिक सङ्ख्या (Irrational Number) भन्दछन् । अहिलेसम्म पढेका सम्पूर्ण सङ्ख्याहरूलाई दुई भागमा बाड्न सकिने कुरा बुझाउने । आनुपातिक सङ्ख्या (Rational Number) र अनानुपातिक सङ्ख्या (Irrational Number) मा आनुपातिक सङ्ख्याको समूहको सङ्ख्यालाई Q र अनानुपातिक सङ्ख्याको समूहलाई I ले जनाउने प्रचलन बुझाउने । यी दुवै समूहको संयोजन (Union) बाट बनेको समूहमा सबै सङ्ख्याहरू पर्दछन् र यसलाई वास्तविक सङ्ख्याको समूह (set of real number) भन्ने गरिन्छ र यसलाई R ले जनाइन्छ भनी बताउने ।

अब $R = Q \cup I$ भयो । पुनः सबै सङ्ख्याको क्षेत्रलाई वास्तविक सङ्ख्या भन्न सकिन्छ ।

सङ्ख्याहरूका Flow chart बाट सङ्ख्याहरूको सम्बन्ध जनाउने ।

क्रियाकलाप 2

सङ्ख्या पद्धतिको भेनचित्र कक्षामा प्रस्तुत गरी आवश्यक छलफलपश्चात सबैलाई व्यक्तिगत रूपमा भेनचित्र तयार गर्न लगाउने ।

सङ्ख्याका समूहहरूको निम्न सम्बन्धबारे कक्षामा छलफल गर्ने ।

$$N \subset W$$

$$N \subset Z, W \subset Z$$

$$N \subset Q, W \subset Q, Z \subset Q$$

$$N \cup W \subset Z, N \cup W \cup Z \subset Q$$

$$Q \cap I = \emptyset, Q \subset R, I \subset R, Q \cup I = R$$

क्रियाकलाप 3

पुनरावृत्त दशमलव सङ्ख्यालाई भिन्नमा बदल्दा निम्न तालिकाको अध्ययन गराउने र छलफल गर्ने

पुनरावृत्त हुने दशमलव सङ्ख्या	उचित गुणाङ्क	समतुल्य भिन्न
0.5	10	$\frac{5}{9}$
0.25	100	$\frac{25}{99}$
0.325	1000	$\frac{325}{999}$

जतिओटा दशमलव अङ्कहरू दोहोरिएका छन् त्यतिनै शून्य भएका सङ्ख्याले गुणन गर्नुपर्ने कुरा प्रस्ट पार्ने ।

अब,

$x = 0.\bar{5}$ मानौ । यहाँ 10 ले गुणन गरौं ।

$10x = 5.\bar{5}$ हुन्छ, किनभने 5 दोहोरिएको अङ्क हो ।

अब घटाउँदा $10x = 5.\bar{5}$

$$\begin{array}{r} 10x = 5.\bar{5} \\ - x = -0.\bar{5} \\ \hline 9x = 5 \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{5}{9} \text{ हुन्छ ।}$$

एउटा अङ्क मात्र दोहोरिएको अरू दशमलव सङ्ख्याहरू $0.3333\ldots$, $0.666\ldots$ आदिलाई माथि जस्तै भिन्नमा रूपान्तर गर्न लगाउने । दुईटा अङ्क दोहोरिएको उदाहरण

प्रस्तुत गर्दै छलफलबाट भिन्न रूपान्तर गर्ने । $0.252525.....$ लिउँ । अब $x = 0.25$ मानौं ।
 यहाँ दुईटा अङ्क दोहोरिएको छ ।
 $100x = 25.25$, किनभने 25 दोहोरिएको छ ।

घटाएर गर्दा,

$$\begin{array}{r} 100x = 25.25 \\ x = 0.25 \\ \hline 99x = 25 \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{25}{99}$$

अरू उदाहरण दिई कक्षामा अभ्यास गराउने ।

उदाहरण : $1.\overline{12}$ लाई भिन्नमा रूपान्तर गर ।

समाधान : मानौं $x = 1.\overline{12}$ यहाँ दुई अङ्क 12 दोहोरिएको छ, त्यसैले 100 ले गुणन गर्दा,

$$100x = 112.12 \text{ (12 दोहोरिरहेको अङ्क हुन्)}$$

अब घटाउँदा,

$$\begin{array}{r} 100x = 112.12 \\ x = 1.12 \\ \hline 99x = 111 \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{111}{99}$$

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

1. सार्थ अङ्कको परिचय दिन ।
2. दिएको सार्थ अङ्कमा शून्यान्त गर्न ।
3. तोकिएको सार्थ अङ्कमा नाप पत्ता लगाउने ।

आवश्यक सामग्रीहरू

रुलर

शिक्षण सिकाइ नमुना क्रियाकलाप

वाणिज्य बैङ्कको वारेमा रु. $\frac{213}{8}$ व्याज तिर्नु परेमा बैङ्कलाई कति बुझाउनु पर्ला भनी छलफल गर्ने । यसलाई दशमलव भिन्नमा रूपान्तर गर्दा प्रस्ट हुने भनी रूपान्तर गर्न लगाउने । रु. $\frac{213}{8} =$ रु. 26.625 हुन्छ । हामीले गर्ने मुद्राको कारोबारमा रूपियाँ र पैसाको मात्र एकाइ प्रयोग हुने हुनाले । यहाँ पनि रूपियाँ र पैसाको प्रयोग उपयुक्त हुन्छ । दशमलव पछिका दुई अङ्कले पैसा जनाउने हुँदा मुद्राको कारोबारमा दशमलव पछिका दुई अङ्कले सार्थ अङ्क जनाउँछ । त्यसकारण, यहाँ दशमलवपछिका दुई अङ्क मात्र राख्न त्यहाँ शून्यान्त गर्नु उपयुक्त हुन्छ । त्यसैले रु. 26.625 लाई रु. 26.63 लेख्दा रु. $\frac{213}{8}$ लाई दुई सार्थ अङ्कमा रूपान्तर गरेको बुझिन्छ । यस्तै दुरीको नाप मिटरमा लिँदा दशमलव पछिका तीन अङ्कले मिलिमिटर जनाउँछ र यस्तो अवस्थामा सार्थ तीन अङ्कसम्मको रूपान्तर अर्थ पूर्ण हुन्छ । तीन अङ्कसम्मको रूपान्तरलाई सार्थ अङ्क 3 सम्ममा रूपान्तर वा शून्यान्त गरेको बुझाउँछ ।

गणितीय प्रयोजनका लागि जति पनि सार्थ अङ्कको प्रयोग गर्न सकिन्छ । पाठमा उल्लेख गरिएका दशमलव पछिका शुरुका शून्य वाहेकका अङ्कहरूको गुणन सार्थ अङ्कमा हुने कुरा बुझाउने ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउने लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

अनुपात, समानुपात र प्रतिशत (Ratio, Proportion and Percentage)

एकाइ, उद्देश्य

शिक्षण घण्टी : 6

अनुपात, समानुपात र प्रतिशतसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न ।

पाठ : 6.1

अनुपात
(Ratio)

उद्देश्य

सङ्ख्याहरूको अनुपात निकाल ।

आवश्यक सामग्रीहरू

शिक्षण सिकाइका नमुना क्रियाकलाप

अघिल्लो कक्षामा समान प्रकृति वा गुणका दुई वस्तुका परिणामलाई तुलना गर्ने क्रिया नै अनुपात हो भनी स्मरण गराउने । पहिलो वस्तुको परिणामलाई पहिलो वा अंशमा र दोस्रो वस्तुको परिणामलाई पछि वा हरमा रहेको कुरा बुझाउने ।

पाठको सुरुमा दिएको उदाहरणबाट तुलना गर्न सकिने गरी जोडा मिलाउन लगाउने ।

जोडा मिलाउँदा मुद्रा-मुद्रासँग, लम्बाइ-लम्बाइसँग, अङ्क-अङ्कसँग मिलाउनु पर्ने बुझाउने ।

पुनः मुद्रा, लम्बाइ एकाइमा पनि विविधता हुने हुनाले नेपाली मुद्रा र भारतीय मुद्रा तुलना गर्न नमिल्ने, मिटर र फिट तुलना गर्न नमिल्ने भन्ने कुरा बुझाउने । त्यसैले क र ई, ख र च, ग र छ, घ र ज लाई तुलना गर्न सकिने निष्कर्ष निकाली तुलना गराउने ।

पहिलो मान परिमाणलाई अंश र दोस्रोलाई हर भनिन्छ भनी बुझाउने । त्यसैले उदाहरणमा

राम र मोहनसँग भएको रु को अनुपात $50 : 250$ छ । यसलाई भिन्नमा $\frac{50}{250}$ ले पनि

जनाइन्छ । भिन्नलाई लघुतम रूपमा लेख्न सकिन्छ । $\frac{50}{250}$ लाई लघुतम रूपमा $\frac{1}{5}$

लेखिन्छ । यस अङ्कले रामसँग भएको रु. मोहनको गुणा 5 भनी जनाउँछ भनी कक्षामा बुझाउने । पुनः मोहनको परिणाम अगाडि र रामको पछाडि राख्दा मोहन र रामको

अनुपात $\frac{250}{50}$ हुन्छ । लघुतम रूप $\frac{5}{1}$ वा 5 हुन्छ । त्यसैले मोहनको रु. रामको 5 गुणा

हुन्छ भनी बुझाउने । अनुपातले तुलना जनाउने हुनाले यसको एकाइ नहुने कुरा कक्षामा बुझाउने ।

पाठको उदाहरणमा दिएका अभ्यास गराउनुका साथै अभ्यास 6 (क) मा भएका समस्याहरू छनौट गरी कक्षामा गराउने ।

अभ्यासका केही समस्याहरूको हल :

अभ्यास 6 (क) प्रश्न नं. 10

समाधान :

यहाँ, प्रश्न अनुसार,

$$\frac{A}{B} = \frac{1}{2}, \frac{B}{C} = \frac{1}{2}$$

$$\text{अर्थात्, } A = \frac{B}{2} \text{ र } C = 2B$$

$$\text{पुनः } A + B + C = \text{रु. 490}$$

A र C को मान माथि राख्दा,

$$\frac{B}{2} + B + 2B = \text{रु. 490}$$

$$\text{अथवा, } 7B = \text{रु. } 2 \times 490$$

$$\text{अथवा, } B = \text{रु. 140}$$

त्यसकारण, A ले रु. 70, B ले रु. 140 र C ले रु. 280 खर्च गरेछन् ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

सङ्ख्याहरूको अनुपात निकाल ।

आवश्यक सामग्रीहरू

शाब्दिक समस्याहरू

शिक्षण सिकाइका नमुना क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

पाठ सुरु गरिएको उदाहरणमा गणेशले गणितमा पाएको अङ्कको अनुपात $\frac{84}{100}$ र स्वास्थ्य र

शारीरिक विषयमा पाएको अङ्कको अनुपात $\frac{42}{50}$ छ । अब दुवै अनुपातलाई लघुतम पदमा लैजाँदा,

$$\text{गणितको अनुपात} = \frac{21}{25} \text{ र}$$

$$\text{स्वा. शा.को अनुपात} = \frac{21}{25} \text{ हुन्छ ।}$$

दुवै अनुपात समान वा बराबर छन् । दुई अनुपात बराबर अनुपात वा समानुपात भएकाले गणेशले दुवै विषयमा पाएको अनुपातलाई समानुपात (Proportion) भनिन्छ ।

$$\text{त्यसकारण, } \frac{84}{100} = \frac{42}{50} \text{ हुन्छ ।}$$

यहाँ भएका सङ्ख्याहरू 84, 100, 42, 50 लाई समानुपातिक भन्छन् । समानुपातमा चारओटा पदहरू हुनु पर्ने बुझाउने । साथै समानुपातिक दुवै छेउ रहेका चार पदमा (Extremes) का पदको गुणनफल माझका (Means) दुई पदको गुणनफलसँग सधैं बराबर हुन्छ ।

$$\text{अर्थात्, } 84 \times 50 = 100 \times 42$$

त्यसकारण कुनै चार पद a, b, c, d समानुपातमा छन् भने $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ हुन्छन् र $ad = bc$ हुन्छ

भनी परिभाषित गर्ने । पुनः a र d लाई Extremes, b र c लाई Means भन्दछन् भनी बुझाउने ।

क्रियाकलाप 2

समानुपातमा रहेका चार पदमध्ये कुनै एउटा पद थाहा नभए निम्नानुसार पत्ता लगाउन सकिन्छ ।

जस्तै : पाठको उदाहरण (1) मा समानुपातमा रहेका पहिला तीन पदहरू क्रमशः 3, 4 र 6 छ । चौथो पद पत्ता लगाउनु पर्ने छ । यसलाई X मानौं ।

अब, 3, 4, 6, X समानुपातिक छन् ।

$$\text{त्यसैले, } \frac{3}{4} = \frac{6}{x}$$

$$\text{अथवा, } 3x = 24$$

$$x = 8 \text{ हुन्छ ।}$$

जाँचेर हेर्न लगाउने

$$\text{पहिलो अनुपात} = \frac{3}{4} \text{ र}$$

$$\text{दोस्रो अनुपात} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

त्यसकारण, दुवै अनुपात बराबर छन् ।

क्रियाकलाप 3

अनुपात र समानुपातसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू हल गर्दा 6 (3) समस्यालाई कक्षामा छलफलबाट दिएको तथ्य र प्रमाणित गर्ने वा पत्ता लगाउने कुरा प्रस्ट गराउनुपर्छ ।

त्यसपछि कुनै उपाय लगाउनेबारे निचोड गराई समाधान तिर लाग्ने ।

अभ्यासका केही समस्याहरूको हल :

पाठको अभ्यास 6 (ख) को प्रश्न नं. (10) को हल :

समाधान :

$$\text{जम्मा विद्यार्थी} = 340$$

$$\frac{\text{प्रथम श्रेणी}}{\text{द्वितीय श्रेणी}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{अर्थात्, प्रथम श्रेणी} = \frac{3}{5} \times \text{द्वितीय श्रेणी}$$

$$\text{तृतीय श्रेणी} = 34$$

$$\text{अनुत्तीर्ण} = 58$$

$$\begin{aligned} \text{प्रथम र द्वितीय श्रेणी उत्तीर्ण} &= 340 - \text{तृतीय} + \text{अनुत्तीर्ण} \\ &= 340 - 34 - 58 \\ &= 248 \end{aligned}$$

$$\text{अब, प्रथम श्रेणी} + \text{द्वितीय श्रेणी} = 248$$

$$\text{अर्थात्, } \frac{3}{5} \text{ द्वितीय श्रेणी} + \text{द्वितीय श्रेणी} = 248$$

$$\text{अर्थात्, } 8 \text{ द्वितीय श्रेणी} = 248 \times 5$$

$$\begin{aligned} \text{द्वितीय श्रेणी} &= \frac{248 \times 5}{8} \\ &= 155 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{त्यसकारण प्रथम श्रेणी} &= 248 - 155 \\ &= 93 \end{aligned}$$

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

1. दुई सङ्ख्यामध्ये एकलाई अर्कोको प्रतिशत निकाल्न ।
2. दिएको सङ्ख्याको मिश्रित प्रतिशत निकाल्न ।
3. प्रतिशतसम्बन्धी समस्या व्यावहारिक समस्याहरू हल गर्न ।

आवश्यक सामग्री

शाब्दिक समस्याहरू

शिक्षण सिकाइ नमुना क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

प्रतिशतले सापेक्ष मान दिन्छ, यसले निश्चित मान बुझाउँदैन भन्ने कुरा पाठमा दिएको उदाहरणबाट प्रस्ट गराउने । कक्षामा विद्यार्थीहरूलाई यससम्बन्धी उदाहरण दिन लगाउने । घरमा खानामा 10% प्रतिशत खर्च गर्दा अनुमानित आम्दानीमा कति खर्च हुँदो रहेछ भनेर विद्यार्थीहरूलाई भन्न लगाउने । यसबाट प्रतिशत समान भए पनि वास्तविक खर्च फरकफरक हुँदो रहेछ भन्ने बुझाउने । पुनः विभिन्न सङ्ख्याको फरक प्रतिशतले पनि समान सङ्ख्या जनाउने उदाहरणबारे छलफल गर्ने र बुझाउने । यसरी प्रतिशतले परिमाणात्मक मान बुझाउँदैन यसले सापेक्ष मान दिन्छ भन्ने बुझाउने ।

क्रियाकलाप 2

दिइएको सङ्ख्याको तोकिएको प्रतिशतले जनाउने सङ्ख्या पत्ता लगाउन पाठको उदाहरण जस्तै विद्यार्थीले कक्षा आठमा 700 पूर्णाङ्कमा प्रथम श्रेणीमा पास गर्न 60%, द्वितीय श्रेणीमा पास गर्न, 45% र तृतीय श्रेणीमा पास गर्न 35% चाहिन्छ भने परीक्षामा न्यूनतम कति कति अङ्क आउनुपर्छ पत्ता लगाउने क्रियाकलाप गर्ने । यहाँ प्रथम श्रेणीमा उत्तीर्ण हुन न्यूनतम 60% चाहिन्छ ।

त्यसकारण, आवश्यक अङ्क = $700 \times 60\%$

$$= 700 \times \frac{60}{100}$$

$$= 420 \text{ अङ्क चाहिन्छ ।}$$

यसरी नै अरू श्रेणीका लागि न्यूनतम अङ्क पत्ता लगाउने ।

क्रियाकलाप 3

दिइएको सङ्ख्यामा चाहिएकोमा आवश्यक सङ्ख्याको प्रतिशत निकाल्न पाठको उदाहरण

(3) लाई कक्षामा छलफल गर्ने ।

यहाँ दिएको सङ्ख्यामा = 1500 छ ।

चाहिएको वा आवश्यक सङ्ख्या = 300 छ ।

प्रतिशत (%) = x मानौं, पत्ता लगाउनु पर्ने मानौं $x\%$ हुन्छ ।

अब 1500 को $x\% = 300$ हुन्छ, प्रश्नानुसार

$$\text{अथवा, } 1500 \times \frac{x}{100} = 300$$

$$\text{अथवा } x = 300 \times \frac{100}{1500}$$

$$\text{अथवा } x = 20$$

$$\therefore x = 20\%$$

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

नाफा र नोक्सान (Profit and Loss)

शिक्षण घन्टी : 5

एकाइ उद्देश्य

1. नाफा र नोक्सानको परिचय दिन ।
2. दिइएको क्रयमूल्य र विक्रयमूल्यका आधारमा नाफा वा नोक्सान निकाल्न ।
3. प्रतिशतमा नाफा र नोक्सान निकाल्न ।
4. प्रतिशतमा समावेश भएका नाफा र नोक्सानसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न ।

शैक्षिक सामग्री

1. वस्तुको क्रयमूल्य, वास्तविक नाफा तथा नोक्सान र प्रतिशत नाफा र नोक्सानका सूत्रहरू लेखिएका चार्ट ।
2. विक्रयमूल्यमा नाफा र नोक्सान उल्लेखित चार्ट र चित्रहरू ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

1. छलफलबाट विद्यार्थीहरूमा क्रयमूल्य र विक्रयमूल्यको धारणालाई स्मरण गराउने ।
2. छलफलकै आधारमा नाफा र नोक्सान निकाल्ने सूत्रहरूको पुनरावलोकन गर्ने ।
3. नाफा र नोक्सानसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या (प्रतिशत समावेश नभएको) हरूको अवगत गराउन विद्यार्थीहरूलाई आ-आफ्नो दैनिक जीवनका किनबेचसम्बन्धी समस्या भन्न लगाउने ।
4. स्थानीय तहमा पसलेको सहयोगले पनि नाफा र नोक्सानसम्बन्धी अर्थपूर्ण तरिकाले यस सम्बन्धी धारणा सिकाउन सकिने हुँदा आवश्यक क्रियाकलाप गराइ धारणा दिने ।
5. क्रयमूल्यमा र विक्रयमूल्यको अन्तर (नाफा), लाई प्रतिशत 100 को अनुपातमा लाँदा हुने फाइदाका बारेमा चर्चा गराउने । धेरै क्रयमूल्य हुँदा धेरै नै नाफा भएतापनि 100 को अनुपातमा ल्याउँदा थोरै हुने र थोरै क्रयमूल्य हुँदा नाफा थोरै नै देखिए तापनि 100 को अनुपातमा लैजाँदा धेरै देखिन्छ । यसरी एउटै अनुपातमा राख्दा नाफा नोक्सानको अवस्था तुलना गर्न सजिलो हुने कुरा उदाहरणबाट स्पष्ट गराउने ।

उदाहरण 1

सीताले आफ्नी बहिनीलाई पसलबाट रु. 30 मा कलम किनेर ल्याइछन् तर बहिनीले सो कलम मन नपरेको कारणले उनकी साथीलाई रु. 25 मा बेचिछन् भने उनलाई कति प्रतिशत नोक्सान भयो होला ?

समाधान

यहाँ, क्रयमूल्य = रु. 30, विक्रय मूल्य = रु. 25 (क्र.मू. वि.मू. भन्दा धेरै भएकोले नोक्सान भएको छ ।)

तसर्थ नोक्सान निकाल्ने सूत्र अनुसार
नोक्सान = क्र. मू. - वि. मू.

$$= 30 - 25$$

$$= \text{रु. } 5$$

$$\text{फेरि, नोक्सान} = \frac{\text{वास्तविक नोक्सान}}{\text{क्र. मू.}} \times 100\%$$

$$= \frac{5}{30} \times 100\%$$

$$= \frac{50}{3}\%$$

$$= 16 \frac{2}{3}\%$$

उदाहरण 2

सीताका बुबाले रु. 15000 मा लैनो भैंसी किनेर ल्याएछन् । एक महिना पछि सो भैंसी रु. 14000 मा बेचेछन् भने उनलाई कति प्रतिशत नोक्सान भयो होला ?

समाधान

यहाँ, दिइएको,

$$\text{क्र.मू.} = \text{रु. } 15000 \quad \text{वि.मू.} = \text{रु. } 14000 \quad \text{नोक्सान} = ?$$

(वि.मू. भन्दा क्र.मू. धेरै भएकाले नोक्सान भएको छ ।)

नोक्सान प्रतिशत = ?

सूत्र अनुसार,

$$\begin{aligned} \text{वास्तविक नोक्सान} &= \text{क्र.मू.} - \text{वि.मू.} \\ &= 15000 - 14000 \\ &= \text{रु. } 1000 \end{aligned}$$

$$\text{नोक्सान} = \frac{\text{वास्तविक नोक्सान}}{\text{क्र. मू.}} \times 100\%$$

$$= \frac{1000}{15000} \times 100\%$$

$$= 6 \frac{2}{3}\%$$

वास्तविक नाफा वा नोक्सान धेरै वा थोरै हुँदा प्रतिशत नाफा वा नोक्सान पनि धेरै वा थोरै हुनुपर्छ भन्ने छैन ।

अभ्याससम्बन्धी क्रियाकलाप

अभ्यासमा भएका अष्टयारा प्रश्नहरूलाई छलफल गर्दै आफूले गरिदिने र गर्न लगाउने ।

उदाहरण :

गोविन्दले एउटा कारखानाबाट 10 दर्जन कापी किनेर 5 % नाफा लिएर एउटा पसलेलाई बेचेछ । पसलेले उक्त कापी 5 % नाफा लिएर बेच्दा रु. 1386 पाएछ भने

(क) गोविन्दको क्र.मू. कति होला ?

(ख) पसलेको क्र.मू. कति होला ?

समाधान

(क) दिएको, क्र.मू. (C.P.) = ?

नाफा = 5%

वि.मू. = ?

यहाँ गोविन्दको वि.मू. निकाल्न पसलेको क्र.मू. निकाल्नु पर्ने हुन्छ, त्यसकारण पहिला दोस्रो प्रश्न हल गर्नु पर्ने हुन्छ।

(ख) पसलेको वि.मू. (S.P.) = रु. 1386

नाफा = 5%

क्र.मू. (C.P.) = ?

अब, प्रश्न अनुसार नाफा 5 % भन्नाले,

	100	क्र.मू. हुँदा	वि.मू.	105	हुन्छ।
त्यसकारण,	105	वि.मू. हुँदा	क्र.मू.	100	

1	वि.मू. हुँदा	क्र.मू.	$\frac{100}{105}$
1386	वि.मू. हुँदा	क्र.मू.	$\frac{100}{105} \times 1386$
			= 1320

यसप्रकार पसलेको क्र.मू. = रु. 1320 भयो

पसलेको क्र.मू. नै गोविन्दको वि. मू. हुने हुदाँ पहिलो प्रश्न (क) मा नाफा 5 % लिई गोविन्दले कापी पसलेलाई बेचेको हुदा

वि. मू. 105 हुदा क्र.मू. 100

वि.मू.	1	हुदा क्र. मू.	$\frac{100}{105}$
वि. मू.	1320	हुदा क्र. मू.	$\frac{100}{105} \times 1320$

= $\frac{8800}{105}$

= रु. 1266.67

गोविन्दले किनेको कापीको मोल (क्र.मू.) = रु 1266.67

थप सुभाव -

यो पाठ शिक्षण गर्दा विद्यार्थीहरूका अनुभव र व्यावहारिक समस्याहरूलाई आधार बनाई समस्या समाधान गर्न लगाउनुपर्छ। उनीहरूको स्थानीय परिवेशमा हुने गरेका किन बेचका व्यावहारिक समस्याहरू, नजिकको पसलेको व्यापारसँग सम्बन्धित, समस्याहरूसँग परिचित गराउँदै व्यावहारिक समस्याहरू बढी भन्दा बढी हल गराउने।

ऐकिक नियम (Unitary Method)

शिक्षण घन्टी : 4

एकाइ उद्देश्य

ऐकिक नियम प्रयोग गरी समस्या समाधान गर्ने ।

उद्देश्यको विशिष्टीकरण

1. एकाइ मूल्य प्रयोग गरी धेरै वस्तुको मूल्य निकाल्ने ।
2. धेरै वस्तुको मूल्यबाट एकाइको मूल्य पत्ता लगाई मूल्य निर्धारण गर्ने ।
3. समय र काम सम्बन्धी सामान्य समस्याहरू समाधान गर्ने ।

शैक्षिक सामग्री

वस्तुहरू र मूल्य तालिका (तलको क्रियाकलाप 3 को आधारमा)

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

वस्तुहरू र मूल्यको सम्बन्धबारेमा छलफल गरी व्यावहारिक उदाहरणबाट एकाइ वस्तु र एकाइ मूल्यको परिचय दिने ।

क्रियाकलाप 2

एकाइ मूल्य र धेरै वस्तुहरूको मूल्यसम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू अवगत गराउन विद्यार्थीहरूलाई आ-आफ्नो दैनिक जीवनको किनबेचका समस्याहरू भन्ने लगाउने ।

स्थानीय रूपमा र घरका दैनिक जीवनलाई चाहिने सामग्री किनबेच सम्बन्धी समस्याहरू अर्थपूर्णरूपले समाधान गर्न सकिने कुरा छलफल गर्ने ।

वस्तुहरू र मूल्य तालिका देखाई एकाइ मूल्य भन्दा धेरै वस्तुहरूको मूल्य वढी हुने कुरा कक्षाबाटै निष्कर्ष निकाल्ने ।

जस्तै : एउटा साबुनलाई रु.10 पर्दछ भने 6 ओटा साबुनलाई कति रूपियाँ पर्दछ ?

क्रियाकलाप 3

पाठ्यपुस्तकको सुरुको क्रियाकलाप स्व-अध्ययन गर्न लगाई छलफलद्वारा प्रत्यक्ष विचरणको धारणा दिने ।

वस्तुहरू र मूल्य तालिका देखाई समूहगत रूपमा छलफल गराउने

कापीको सङ्ख्या	मूल्य
5 ओटा	रु. 30
10 ओटा	रु. 60
4 ओटा	रु. 24
6 ओटा	?
x ओटा	?
1 ओटा	?

माथिको तालिका ओटा 6 ओटा र x ओटा कापीको मूल्य सजिलै बताउन कठिन भएको कुरा छलफलमा ल्याउने । कुनै विद्यार्थी समूहबाट एकाइ मूल्यका आधारमा "एउटालाई रु. 6

पर्छ त्यसैले 6 ओटालाई 6 गुणा 6 बराबर 36 हुन्छ भनी बताउन सक्नेछन् । यो निष्कर्ष नआउने बेलासम्म निर्देशित खोज विधिद्वारा छलफल सञ्चालन गरी निष्कर्ष निकाल्ने ।

क्रियाकलाप 4

माथिको छलफलका आधारमा धेरै वस्तुहरू र एकाइ मूल्य तथा धेरै वस्तुहरूको मूल्यका बारेमा पनि छलफल चलाउने । विद्यार्थीहरूलाई यस सम्बन्धी दैनिक व्यवहारमा भोगेका किनमेलका समस्या भन्न लगाउने र उपयुक्त निष्कर्ष निकाल्न लगाउने । प्रत्यक्ष विचरणको परिभाषा निष्कर्षबाट निकाल्ने ।

प्रत्यक्ष विचरण (Direct Variation) :

सम्बन्धित दुई ओटा राशिहरूमध्ये एउटा राशि बढ्दा अर्को राशि पनि उही अनुपातमा बढ्छ तथा एउटा राशि घट्दा अर्को राशि पनि उही अनुपातमा घट्छ भने ती दुई राशिहरूको सम्बन्धलाई प्रत्यक्ष विचरण (Direct Variation) भनिन्छ ।

पुस्तकमा दिइएको उदाहरण 1 स्व-अध्ययन गर्न लगाउने र सम्बन्धित अभ्यासका प्रश्नहरू समूहकार्य, कक्षाकार्य र गृहकार्यका रूपमा समाधान गर्न दिने ।

क्रियाकलाप 5

- थोरै समयमा कुनै काम गर्न धेरै कामदार चाहिने तथा धेरै समयमा कुनै काम गर्न थोरै कामदार चाहिने धारणालाई छलफलबाट पुनरावलोकन गर्ने ।
- आ-आफ्नो दैनिक जीवन सम्बन्धी अप्रत्यक्ष विचरणका समस्याहरू भन्न लगाउने र छलफल गराउने ।
- पाठ्यपुस्तकको सुरुको दोस्रो तालिका र क्रियाकलाप स्व-अध्ययन गर्न लगाई छलफलद्वारा अप्रत्यक्ष विचरणको धारणा निष्कर्ष निकालेर दिने ।
- कामदार र काम गर्न लाग्ने दिन तालिका देखाई समूहगत रूपमा छलफल गराउने ।

अप्रत्यक्ष विचरण (Indirect Variation) :

सम्बन्धित दुई ओटा राशिहरू मध्ये एउटा राशि बढ्दा अर्को राशि उही अनुपातमा घट्छ तथा एउटा राशि घट्दा अर्को राशि उही अनुपातमा बढ्छ भने ती दुई राशिहरूको सम्बन्धलाई अप्रत्यक्ष विचरण (Indirect Variation) भनिन्छ ।

पुस्तकमा दिइएको उदाहरण 2 स्वअध्ययन गर्न लगाउने र सम्बन्धित अभ्यासका समस्याहरू समूहकार्य, कक्षाकार्य र गृहकार्यका रूपमा समाधान गर्न दिने ।

क्रियाकलाप 6

समय र काम सम्बन्धी सामान्य समस्याहरू विद्यार्थीलाई सोध्ने उनीहरूका परिवेशका उदाहरणबाट धारणा प्रस्ट पार्ने ।

अभ्यास सम्बन्धी क्रियाकलाप

अभ्यासमा भएका शाब्दिक समस्याहरूलाई गणितीय वाक्यमा लेख्न लगाई समस्या समाधान विधिबाट समाधान गर्न लगाउने ।

प्र.नं. 4. को समाधान

प्रश्न:- युरेकासँग भएको रु. 500 ले 40 कापी किन्न सकिन्छ भने कति रूपियाँले 6 दर्जन कापी किन्न सकिन्छ ?

समाधान

यहाँ पत्ता लगाउनु पर्ने कापीको मूल्य भएकाले

40 ओटा कापी किन्न चाहिने रकम = रु. 500

1 ओटा कापी किन्न चाहिने रकम = रु. $\frac{500}{40}$

6 दर्जन = $6 \times 12 = 72$ ओटा कापी चाहिने रकम = रु. $\frac{500 \times 72}{40} = \text{रु. } 650$

अतः आवश्यक चाहिने रकम = रु. 650 हुन्छ ।

अर्को तरिका :

समस्यामा दिएको तथ्याङ्कलाई क्रम बढ्द रूपले निम्नानुसार राखौं ।

कलमको सङ्ख्या	मूल्य
40 ओटा	रु. 500
6 दर्जन = 72 ओटा	? (x मानौं)

अब, कलमको सङ्ख्या र मूल्य बीचको सम्बन्ध प्रत्यक्ष विचरण भएकाले

$$\frac{40}{72} = \frac{500}{x}$$

$$\text{अथवा, } \frac{x}{500} = \frac{72}{40}$$

$$\text{अथवा, } x = \frac{72 \times 500}{40}$$
$$x = \text{रु. } 650$$

नोट:- प्रत्यक्ष विचरण भएकाले यदि 40 हरमा भए 500 पनि हरमा नै हुन्छ र यदि 72 हरमा भए x पनि हरमा नै हुन्छ ।

अतः आवश्यक मूल्य = रु. 650 हुन्छ ।

थप समस्याहरू

एउटा कापीको मूल्य रु. 12.50 भए 4 दर्जन कापीको मूल्य निकाल ।

30 kg चामलको मूल्य रु. 650 भए 4 क्विन्टल चामलको मूल्य कति हुन्छ ?

6 जना मानिसले 3 दिनमा गर्ने काम 3 जनाले कति दिनमा गर्न सक्छन् ? त्यस्तै सो काम

12 दिनमा सकनको लागि कति मानिस चाहिएलान् ?

थप सुझावहरू

1. यो पाठ शिक्षण गर्दा विद्यार्थीहरूका अनुभव र व्यावहारिक समस्याहरूलाई आधार बनाई समस्या समाधान गराउन लगाउनुपर्दछ ।
2. समस्या बनाउने र समाधान गर्ने खेल पनि खेलाउन सकिन्छ । यसले मानसिक चित्र बनाउन सहज हुने र अभ्यास (drill) पनि हुने हुनाले ज्ञानको स्थायित्व (Permanence of Learning) पनि हुन्छ ।
3. यस एकाइको निर्धारण घण्टी 4 भएकाले पाठ्यपुस्तकमा मात्र केन्द्रित नभएर व्यावहारिक समस्याहरू हल गराउने गरी घण्टी निर्धारण गरिएको हुँदा शिक्षकले सकेसम्म व्यावहारिक समस्याहरूका आधारमा क्रियाकलाप गराउनु पर्ने हुन्छ ।

साधारण ब्याज (Simple Interest)

शिक्षण घन्टी : 4

एकाइ उद्देश्य

साधारण ब्याज सम्बन्धी व्यावहारिक समस्याहरू हल गर्न सक्ने छन् ।

पाठ

साधारण ब्याज र मिश्रधन

उद्देश्य

यस एकाइसँग सम्बन्धित पाठको अन्त्यमा विद्यार्थीहरू निम्न कार्य गर्न सक्षम हुनेछन् ।

1. साँवा, ब्याज, समय र ब्याजदर मध्ये कुनै तीन ओटा दिएमा बाँकी पत्ता लगाउन ।
2. मिश्रधन निकाल्न र मिश्रधन समावेश भएका समस्याहरू समाधान गर्न ।

शैक्षिक सामग्री

1. साधारण ब्याज र मिश्रधन समावेश भएका सूत्रका चार्ट र कार्डहरू ।
2. विद्यार्थीहरूबाट आउने तथा प्रचलित व्यावहारिक समस्याहरू उल्लेखित चार्टहरू ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

साँवा, ब्याजदर, ब्याज र समयको बारेमा विद्यार्थीहरूबीच छलफल गराउने । यी तथ्यसँग सम्बन्धित तथ्यहरू र समस्याहरू छलफलबाट पुनरावलोकन गराउने ।

क्रियाकलाप 2

पाठ्यपुस्तकमा दिएको (पेज नं. ४६) क्रियाकलाप स्वअध्ययन गर्न लगाई विद्यार्थीबाटै क्रियाकलापको निष्कर्ष निकाल्न लगाउने । साँवा (Principle-P), मिश्रधन (Amount-A), ब्याज (Interest-I), ब्याजदर (Rate-R) र समय (Time-T) का बारेमा क्रियाकलाप व्यक्तिगत रूपमा स्व-अध्ययन गर्न लगाई निष्कर्ष कालो पाटीमा एक एक गरी सामूहिक रूपमा छलफलबाट तयार गराउने ।

क्रियाकलाप 3

पाठ्यपुस्तकको उदाहरण १ लाई व्यक्तिगत रूपमा स्व-अध्ययन गर्न लगाउने, निष्कर्ष भन्न लगाउने र छलफलबाट सामूहिक निष्कर्ष कक्षाका विद्यार्थीबाट निकाल्ने ।

क्रियाकलाप 4

साधारण ब्याजको सूत्र ऐकिक नियम प्रयोग गरी आगमन विधिबाट निकाल्न लगाउने । विद्यार्थीहरूको कार्यमा निर्देशित खोज विधि अपनाउने ।

$$\text{ब्याज (I)} = \frac{P \times T \times R}{100}$$

माथिको सूत्रबाट समूह/जोडीमा सूत्र बनाउने बताउने खेल खेल लगाउनु होस् । यसबाट बन्न सक्ने सूत्रका अन्य 3 रूपहरू निम्नानुसार कक्षाबाट नै निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

$$1. \text{ साँवा (P)} = \frac{I \times 100}{TR}$$

$$2. \text{ समय (T)} = \frac{I \times 100}{PR}$$

$$3. \text{ व्याजदर (R)} = \frac{I \times 100}{PT}$$

माथिका 4 ओटा सूत्र प्रयोग हुने गरी एक एक ओटा समस्या बनाई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 5

मिश्रधन (Amount) सम्बन्धी पेज नं. 47 को मिश्रधन शीर्षक अन्तर्गतका क्रियाकलापहरू स्व-अध्ययन गरी साथी-साथीबीच छलफल गराई निष्कर्ष निकाल्न लगाउनुहोस् । विद्यार्थीहरूलाई आफ्नो परिवेशका मिश्रधनसम्बन्धी समस्याहरू भन्ने लगाउनुहोस् । अन्य 2/3 ओटा मिश्रधनका उदाहरणबाट आगमन विधिको प्रयोग गरी मिश्रधनको सूत्र : मिश्रधन (A) = P + I हुन्छ भन्ने निष्कर्ष कक्षाबाटै निकाल्नुहोस् ।

माथिकै क्रियाकलापमा

$$\text{रु. 26125} = \text{रु. 25000} + \text{रु. 1125}$$

$$\text{मिश्रधन} = \text{साँवा} + \text{व्याज}$$

$$A = P + I$$

माथिको चार्ट कार्ड/उदाहरणबाट कालो पाटीमा लेखेर देखाउने र कक्षामा प्रश्न राख्ने ।

अहिले सम्मको छलफलबाट मिश्रधन भनेको के होला ? आ-आफ्नै भाषामा बताउने लगाउने ।

4-5 जनाको उत्तरबाट समग्र कक्षाको प्रतिनिधित्व हुनेगरी कक्षाको निष्कर्ष कालो पाटीमा लेख्नुहोस् ।

सावाँ व्याज जोड्दा आउने योगफललाई मिश्रधन (Amount) भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 6

$A = P + I$ बाट बन्न सक्ने २ ओटा थप सूत्र लेख्न लगाई निष्कर्ष निकाल्ने ।

$$(i) P = A - I \quad (ii) I = A - P$$

$A = P + I$ सूत्र प्रयोग हुने कुनै एक समस्या दिई सूत्र पुनः स्मरण गराउने र समाधान गर्न लगाउने ।

जस्तै : 5 प्रतिशत व्याज दरले रु. 900 रकमको 2 वर्षमा कति मिश्रधन हुन्छ ?

दिएअनुसार लेख्न लगाउनुहोस् निकाल्नु पर्ने के छ ? लेख्न लगाउनुहोस् । समस्या समाधान विधिबाट $I = \text{रु. 90}$ विद्यार्थीहरूले निकाल्नेछन् ।

समस्या समाधान विधिबाट विद्यार्थीहरूलाई आफुसँगै समाधान गर्न लगाउनुहोस् विद्यार्थीहरूले पूर्व ज्ञानको आधारमा निम्नानुसारको समाधान गर्नेछन् ।

समाधान

दिए अनुसार

ब्याजदर (R) = 5 % प्रतिवर्ष

समय (T) = 2 वर्ष

सावाँ (P) = रु. 900

मिश्रधन (A) = ?

ब्याज (I) = ?

$$\text{सूत्र : } I = \frac{P \times T \times R}{100} \text{ बाट}$$

$$I = \frac{900 \times 2 \times 5}{100}$$

अथवा $I = \text{रु. } 90$

अब फेरि सूत्र $A = P + I$ बाट

$$A = 900 + 90$$

अथवा $A = \text{रु. } 990$

तसर्थ आवश्यक मिश्रधन रु. 990 हुन्छ । उत्तर

माथिको समस्या समाधान मिलेको छ/छैन जाँचेर हेर्न सकिने कुरा बताउने र कसरी जाँच्न सकिन्छ, त्यस सम्बन्धमा छलफल गर्ने ।

$$A = \text{रु. } 990$$

$$I = \text{रु. } 90$$

$$P = ?$$

$$\text{सूत्र } P = A - I \text{ बाट}$$

$$P = \text{रु. } 990 \text{ (जुन माथि प्रश्नमा दिइएको तथ्यबाट सत्य छ ।)}$$

क्रियाकलाप 7

ब्याज (I) नदिईकन, T, R र A दिएमा P पत्ता लगाउने क्रियाकलाप :

क्रियाकलाप नं 6 को प्रश्नमा ब्याज नदिएको कुरा छलफल गराई I ननिकालेर पनि सिधै A, P, T र R मध्ये कुनै 3 दिएमा अर्को पत्तालगाउन सकिने कुरा बताइदिनु होस् । समस्या

समाधान विधिबाट $P = \frac{A \times 100}{100 + TR}$ सूत्र पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 47 को सम्बन्धित सूत्र पत्ता लगाएको तरिका स्व-अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

समस्या समाधान सूत्र : $A = P + I$ बाट

$$P = A - I$$

$$\text{अथवा } P = A - \frac{P \times T \times R}{100}$$

$$\text{अथवा } P + \frac{PTR}{100} = A \quad (\text{किनकि, ब्याज (I) = } \frac{PTR}{100})$$

$$\text{अथवा } \frac{100P + PTR}{100} = A$$

$$\text{अथवा } P(100 + TR) = 100A$$

$$\text{अथवा } P = \frac{100A}{100 + TR}$$

$$\text{त्यसैले सावाँ निकाले सूत्र : } P = \frac{A \times 100}{100 + TR}$$

माथिको सूत्रबाट बन्न सक्ने थप तीनओटा सूत्रका विभिन्न रूपहरू पनि निकाल्न लगाउनुहोस् । समूह/जोडीमा सूत्र सोध्ने र बताउने खेल पनि खेलाउनुहोस् ।

माथिको सूत्रबाट बन्न सक्ने थप तीन ओटा सूत्रका विभिन्न रूपहरू पनि निकाल्न लगाउनुहोस् । समूह/जोडीमा सूत्र सोध्ने र बताउने खेल पनि खेलाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 8

क्रियाकलाप नं. 6 को समस्यालाई सूत्र : $P = \frac{A \times 100}{100 + TR}$ प्रयोग गरी समाधान गर्न

लगाउनुहोस् र निम्नानुसारको निष्कर्ष कक्षाबाट निकाल्नुहोस् ।

समाधान :

$$\text{सूत्र } P = \frac{A \times 100}{100 + TR}$$

$$\text{रु. } 900 = \frac{A \times 100}{100 + 2 \times 5}$$

$$\text{अथवा } 100A = 900 \times 110$$

$$\text{अथवा } A = \frac{900 \times 110}{100}$$

$$= \text{रु. } 990$$

तसर्थ, आवश्यक मिश्रधन = रु. 990 उत्तर

निष्कर्ष : P, T र R दिएकोबाट I नदिएको पनि सूत्र : $P = \frac{A \times 100}{100 + TR}$

बाट सिधै A निकाल्न सकिंदो रहेछ ।

क्रियाकलाप 9

$P = \frac{A \times 100}{100 + TR}$ सूत्र प्रयोग गरी समाधान हुने गरी P, T र R पत्ता लगाउनु पर्ने

हुँदा छुट्टै 3 ओटा समस्या बनाई बनाउन लगाई समस्या समाधान विधिबाट समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 10

पेज नं. 48 को उदाहरण 2 स्वअध्ययन गर्न लगाउनुहोस् । समस्याको प्रकृति र समाधानका तरिकाहरूमा मानसिक चित्र बनाउन लगाउनु होस् । जस्तै पहिलो सर्तमा I निकाल्नुपर्छ । व्याज पनि निकाल्नुपर्छ ।

कुनकुन सूत्र आवश्यक पर्छन् होला ?

अब दोस्रो सर्तमा के निकाल्नु आवश्यक छ ?

पहिलो सर्तबाट के पाइएको छ ?

अब P निकाल्न कुन सूत्र प्रयोग गर्नु पर्ला ? आदि कुराको मानसिक चित्र (Mental Map) बनाउन लगाई तार्किक शक्तिको विकास गराउने र नहेरी उक्त उदाहरण समाधान गर्न लगाउने ।

अभ्यास 9 को प्र. नं. 1 देखि 6 सम्म पूर्व ज्ञानका आधारमा समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

अभ्यास 9 बाट केही समस्याको हल

प्रश्न नं. 6 : शिवले रामप्यारीलाई 8 % प्रतिवर्ष व्याजदरले 5 वर्षका लागि केही रकम ऋण दिएछ । 5 वर्ष पछि रामप्यारीले रु. 10080 एक मुस्ट फिर्ता दिइछिन् भने शिवले कति ऋण दिएको रहेछ ?

समाधान :

व्याजदर (R) = 8 % प्रतिवर्ष

समय (T) = 5 वर्ष

मिश्रधन (A) = रु. 10080

मूलधन (P) = ?

सूत्र : $P = \frac{A \times 100}{100 + TR}$ बाट

$$P = \frac{10080 \times 100}{100 + 5 \times 8}$$

$$\text{अथवा } P = \frac{1008000}{140}$$

अथवा $P = \text{रु. } 7.200$

तसर्थ शिवले रु. 7.200 ऋण दिएको रहेछ ।

उत्तर जाँचेर हेर्दा:

$$P = \text{रु. } 7,200$$

$$T = 5$$

$$I = A - P = \text{रु. } 10,080 - \text{रु. } 7,200 = \text{रु. } 2,880$$

$$R = ?$$

$$\text{सूत्र : } R = \frac{I \times 100}{PT} = \frac{2880 \times 100}{7200 \times 5} = 8 \%$$

जुन प्रश्नमा दिएको $R = 8\%$ सँग मिल्दछ । तसर्थ हिसाब मिलेको छ ।

थप समस्याहरू

1. छिरिङले राष्ट्रिय वाणिज्य बैंक सोलुखुम्बुवाट दुई वर्षका लागि 11 % व्याजदरमा रु. 25000 ऋण लिएकी रहिछन् । दुई वर्षपछि ऋण चुक्ता गर्दा उनले तिर्नु पर्ने व्याज र मिश्रधन निकाल्नुहोस् ।

थप सुझाव

पाठ्यपुस्तकको अभ्यासमा र प्र.नं. 1 मा दिए जस्तै गरी मिश्रधन समावेश भएका शाब्दिक समस्याहरू बनाई समाधान गर्न लगाउनुहोस् । साथी साथी बीच समूह समूह बीच समस्या बनाउने र सूत्र बताउने खेल पनि खेलाउनुहोस् ।

एकाइ उद्देश्य

1. सञ्चित बारम्बारता तालिका निर्माण गर्न ।
2. असमूहगत आँकडाबाट मध्यक, मध्यिका, रीत र चतुर्थांशहरू निकाल्न ।
3. वृत्तचित्र र रेखाचित्र खिच्न र पढ्न ।

पाठ : 1

बारम्बारता तालिका र सञ्चित बारम्बारिता तालिका
(Frequency Table and Cumulative Frequency Table)

उद्देश्य

1. सञ्चित बारम्बारता निकाल्न ।
2. सञ्चित बारम्बारता तालिका निर्माण गर्न ।

शैक्षिक सामग्री

40 ओटा असमूहगत आँकडा लेखिएको चार्ट

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

1. कक्षाका सबै विद्यार्थीलाई आ-आफूसँग भएका रकम भन्न लगाउने । सो रकम एकजना विद्यार्थीलाई कालोपाटीमा टिप्न लगाउने । अरू एकजना विद्यार्थीलाई अगाडि डाकी ती टिपिएका रकमहरूमध्ये सबभन्दा सानो रकम र सबभन्दा ठूलो रकम टिप्न लगाउने । त्यस पछि 5/5 वा 10/10 को श्रेणी अन्तर हुने गरी तालिका बनाउन लगाउने । जस्तै : रु.12, रु.60, रु.35, रु.40, रु.22, रु.25, रु.26, रु.35, रु.45, रु.55, रु.37, रु.36, रु.48, रु.20, रु.22, रु.48, रु.55, रु.52, रु.62, रु.54, रु.39, रु.42, रु.27, रु.30, रु.39, रु.25, रु.18, रु.24, रु.33, र रु.36 .

यसलाई मिलान चिह्नको प्रयोग गराउँदै निम्नानुसार 5/5 वा 10/10 को श्रेणी बनाउन लगाई तालिका निर्माण गर्न लगाउने । यहाँ सबभन्दा सानो मान 12 र सबभन्दा ठूलो मान 62 भएकाले यस अनुसार तालिकाहरू बनाउन सकिने बारे छलफल गरौं ।

श्रेणी (रु)	मिलान चिह्न
10-15	
15-20	
20-25	
25-30	
30-35	
35-40	
40-45	
45-50	
50-55	
55-60	
60-65	

श्रेणी (रु)	मिलान चिह्न
10-20	
20-30	
30-40	
40-50	
50-60	
60-70	

यी तालिकाहरूलाई बारम्बारता सहित लेख्न लगाउने :

श्रेणी (रु)	मिलान चिह्न	बारम्बारता
10-15		1
15-20		2
20-25		4
25-30		4
30-35		2
35-40		7
40-45		2
45-50		2
50-55		2
55-60		2
60-65		2
	जम्मा	30

श्रेणी (रु)	मिलान चिह्न	बारम्बारता
10-20		3
20-30		8
30-40		9
40-50		4
50-60		4
60-70		2
	जम्मा	30

द्रष्टव्य :

(क) श्रेणी अन्तर्गत अगाडिको अङ्कलाई तल्लो सीमा (Lower Limit) र पछाडिको अङ्कलाई माथिल्लो सीमा (Upper Limit) भनिन्छ । प्रत्येक श्रेणी रहेका अङ्कहरू माथिल्लो सीमाभन्दा सानो हुने भएकाले सो अङ्कलाई यस श्रेणीमा नराखी नजिकको अर्को श्रेणीमा जनाउने वारे छलफल गर्ने । जस्तै : माथिको तालिकामा अङ्क 20 लाई तेस्रो श्रेणीमा गनिएको छ ।

(ख) तालिका निर्माण गर्दा धेरै श्रेणी भएका र थोरै श्रेणी भएका भन्दा 7, 8 वा 9 ओटासम्म भएमा राम्रो हुने वारे छलफल गर्ने ।

क्रियाकलाप 2

माथिकै तालिका अनुसार रु.30 भन्दा कम रकम ल्याउने कति विद्यार्थीहरू छन् ? त्यस्तै रु. 55 भन्दा कम रकम ल्याउने कति जना छन् ? आदि मौखिक प्रश्न गर्दै सो पत्ता लगाउने सजिलो तरिका के हो ? छलफल गर्ने ।

जस्तै : माथिको तरिकालाई बारम्बारता कमशः जोड्दै जाँदा रु. 55 भन्दा कम रकम ल्याउने विद्यार्थी सङ्ख्या स्पष्ट रूपमा देखिने वारे छलफल गर्ने ।

श्रेणी (रु.)	बारम्बारता (c)	सञ्चित बारम्बारता (c.f)
10-15	1	1
15-20	2	$1 + 2 = 3$
20-25	4	$3 + 4 = 7$
25-30	4	$7 + 4 = 11$
30-35	2	$11 + 2 = 13$
35-40	7	$13 + 7 = 20$
40-45	2	$20 + 2 = 22$
45-50	2	$22 + 2 = 24$
50-55	2	$24 + 2 = 26$
55-60	2	$26 + 2 = 28$
60-65	2	$28 + 2 = 30$

माथिको तालिका अनुसार रु. 30 भन्दा कम रकम ल्याउने विद्यार्थी 11 जना र रु. 55 भन्दा कम रकम ल्याउने 26 जना हुन्छन् ।

क्रियाकलाप 3

पाठ्यपुस्तकको 10.1 र 10.2 बारम्बारता तालिकामा दिइएका उदाहरण तथा क्रियाकलाप छलफल गर्ने ।

क्रियाकलाप 4

40 ओटा आँकडा लेखिएको चार्ट हेरेर सञ्चित बारम्बारता तालिका तयार गर्न लगाउने ।
मूल्याङ्कन 1. आफैं 30 ओटा आँकडा लेखी सञ्चित बारम्बारता तालिकामा देखाऊ ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

मध्यक, मध्यिका, रीत, विस्तार र चतुर्थांशहरूको परिचय दिन ।
दिइएका असमूहगत आँकडाबाट मध्यक, मध्यिका, रीत, विस्तार र चतुर्थांशहरू निकाल्न ।

शैक्षिक सामग्री

मिटर स्केल, 3m लामो डोरी, 1m लामो धागो र एक सेट 25%, 50%, 75% लेखिएका कापीका पानाहरू ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

दस जना विद्यार्थीलाई अगाडि राखेर प्रत्येकको उचाइ निकाल्न लगाउने र कालोपाटीमा टिप्न लगाउने । प्रत्येकको उचाइको योगफललाई उनीहरूको सङ्ख्याले भाग गर्न लगाउने । भागफल नै अङ्क गणितीय मध्यक (Arithmetic Mean) हुने गरी छलफल गर्ने र सूत्र $\bar{x}$ को प्रयोग गर्ने ।

क्रियाकलाप 2

त्यसै गरी अर्को 8 जना विद्यार्थी समूहको पनि अङ्क गणितीय मध्यक (Arithmetic mean) निकाल्न लगाउने ।

के दुवै समूहको औसत भाग निकाल्न सकिन्छ ? छलफल गर्ने ।

द्रष्टव्य :

दुवै समूहको औसत भाग निकाल्न पहिलेको औसत र सङ्ख्याको गुणनफल तथा दोस्रोको औसत र सङ्ख्याको गुणनफलको योगलाई जम्मा सङ्ख्याले (पहिलो सङ्ख्या र दोस्रो सङ्ख्याको योगफल) भाग गर्ने र सूत्र,

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2} \text{ प्रयोग गर्ने ।}$$

क्रियाकलाप 3

एक जना विद्यार्थीलाई उसको परिवारमा भएका सदस्यहरूको उमेर लेख्न लगाउने अर्को विद्यार्थीलाई लेखिएका वर्षहरू बढ्दो वा घट्दो क्रममा लेख्न लगाउने । फेरि अर्को विद्यार्थीलाई ठीक बीचको वर्ष लेख्न लगाउने । त्यो नै मध्यिका (Median) हुने बारे छलफल गर्ने ।

द्रष्टव्य :

यदि सङ्ख्याहरू विजोर छन् भने $\frac{n+1}{2}$ सूत्र प्रयोग गराउँदा प्रस्ट मध्यिका देखिन्छ भने जोर

ओटा सङ्ख्याहरू छन् भने मध्यिका पर्ने दुवै स्थानको पनि अङ्क गणितीय मध्यक (Arithmetic mean) लिन पर्ने बारे छलफल गर्ने ।

जस्तै :

(क) 5, 6, 8, 8, 8, 9, 10 मा मध्यिका $\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$ औं स्थानमा पर्छ ।

त्यसैले मध्यिका 8 हुन्छ ।

(ख) 5, 6, 6, 8, 9, 10 मा मध्यिका $\frac{n+1}{2} = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$ औं स्थानमा पर्छ ।

अर्थात् मध्यिका 3 औं र 4 औं स्थानको बीचमा पर्छ । त्यसैले मध्यिका $= \frac{6+8}{2} = 7$ हुन्छ ।

क्रियाकलाप 4

पाठ्यपुस्तकको पाठ 10.3 छलफल गराउने ।

क्रियाकलाप 5

दुई विद्यार्थीलाई डोरी सिधा राख्न लगाउनुहोस् । डोरीको ठीक बीचमा कति % हुन्छ ? शुरुविन्दु र 52 को बीचमा कति % हुन्छ ? त्यस्तै अन्तिम विन्दु र 50% बीचमा कति % हुन्छ ? छलफल गर्दै डोरीमा चिह्न लगाउँदै 25%, 50% र 75% लेखिएका कागजहरू धागोले बाँध्न भुन्ड्याउन लगाउने । 25% लाई Q_1 (पहिलो चतुर्थांश), 50% लाई Q_2 (दोस्रो चतुर्थांश अथवा मध्यिका) र 75% लाई Q_3 (तेस्रो चतुर्थांश) भनिने वारे छलफल गर्ने । Q_1 , Q_2 , Q_3 निकाल्ने तरिकाको लागि पाठ्यपुस्तकमा दिएको उदाहरण 1 र 2 क्रियाकलापको रूपमा छलफल गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 6

कक्षाका प्रत्येक विद्यार्थीको उमेर सोधी एक जना विद्यार्थीलाई कालो पाटीमा लेख्न लगाउने । अर्को विद्यार्थीलाई तालिकामा प्रस्तुत गर्न लगाउने । यस कक्षामा कति उमेरका विद्यार्थी सबै भन्दा बढी रहेछन् ? छलफल गर्ने र सबै भन्दा बढी दोहोरीएको उमेर नै त्यस आँकडाको रीत (Mode) हुन्छ भन्ने वारे छलफल गर्ने ।

क्रियाकलाप 7

माथिको आँकडाबाट बढी उमेर र कम उमेरको फरक नै त्यस आँकडाको विस्तार (Range) हुने वारे छलफल गर्ने ।

थप सुझाव :

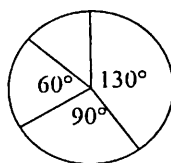
मध्यक, मध्यिका, रीत, विस्तार र चतुर्थांशका समस्याहरू समाधान गर्न अभ्यस्त पार्नको लागि दैनिक व्यवहारमा आइरहने समस्या क्रियाकलापहरू स्वयं विद्यार्थीलाई नै खोज्न लगाउनु उपयुक्त हुन्छ ।

उद्देश्य :

1. दिइएको आँकडा अनुसारको वृत्त चित्र र रेखा चित्र खिचन ।
2. दिइएको वृत्त चित्र र रेखाचित्र पढन ।

सामग्री :

एउटा 10cm अर्धव्यासको वृत्त, 10 ओटा 6cm अर्धव्यासका वृत्तहरू, प्रोट्याक्टरहरू 6/7 ओटा,
गत महिनाको विद्यार्थी हाजिरीकापी (कम्तीमा 5 ओटाकक्षाको) र सँगैको वृत्त खिचिएको चार्ट



शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप :

क्रियाकलाप 1

निम्न समस्याहरू छलफल गर्ने :

वसन्तले प्रत्येक महिना आफ्नो आम्दानीमा रु. 2200 खाद्यान्न, रु. 800 शिक्षामा, रु. 1000 घरभाडामा, रु. 300 विजुलीमा र रु. 500 विविधमा खर्च गर्छ भने उसको खर्चलाई वृत्त चित्रमा देखाऊ ।

विद्यार्थीलाई समूहमा विभाजन गरी प्रत्येक समूहलाई 2/2 ओटा वृत्तहरू वितरण गर्ने ।

वृत्तको केन्द्र कति डिग्रीको हुन्छ ? प्रोट्याक्टरको प्रयोग गर्न लगाई नाप्न लगाउने ।

माथिको समस्यालाई एउटा वृत्तमा व्यक्त गर्नु पर्‍यो भने के वसन्तको पूरा खर्च बराबर

एउटा वृत्त मान्न सक्छौं ? सक्छौं भने खाद्यान्नलाई कति डिग्री छुट्याउनु पर्ला ? शिक्षा,

घरभाडा, विजुलीलाई कति-कति डिग्री छुट्याउनु पर्ला ?

के उसको जम्मा खर्च रु. 4800 = 360° लेख्न सकिन्छ ?

$$\text{रु. 1} = ?$$

$$\text{खाद्यान्न रु. 2200} = ?$$

$$\text{शिक्षा रु. 800} = ?$$

$$\text{घरभाडा रु. 100} = ?$$

$$\text{विजुली रु. 300} = ?$$

$$\text{विविध रु. 500} = ?$$

प्रत्येक शीर्षकलाई डिग्रीमा परिणत गरी सके पछि वृत्तमा भाग लगाउने बारे छलफल गर्ने ।
जस्तै : खाद्यान्नले केन्द्रमा 165° को क्षेत्र ओगट्छ ।

क्रियाकलाप 2

माथि शैक्षिक सामग्रीमा देखाएको वृत्त अङ्कित चार्ट देखाई छलफल गर्ने :

दिइएको वृत्तमा कति डिग्री अङ्कित गरिएको छ ? बाँकी कति डिग्री होला ?

वृत्त चित्रमा 60° ले सुशीलको एक महिनामा घरभाडाबाट हुने आम्दानी रु. 2400 देखाउँछ । यदि 130° ले नोकरीको तलब, 90° ले उनको श्रीमतीको तलब र बाँकी भागले अन्य स्रोतबाट हुने आम्दानी जनाउँछ भने प्रत्येक शीर्षकमा कति कति रकम पर्छ होला ?

यहाँ,

$$60^\circ = \text{रु. 2400}$$

$$1^\circ = ?$$

$$\text{नोकरी तलब } 130^\circ = ?$$

$$\text{श्रीमतीको आम्दानी } 90^\circ = ?$$

$$\text{अन्य स्रोतको आम्दानी} = ?$$

अब उनको नोकरीको तलब = रु. 5200 हुन्छ ।

बाँकी समस्याहरू कक्षामा छलफल गर्दै समस्या समाधान विधिबाट समाधान गर्ने ।

क्रियाकलाप 3

विद्यार्थीहरूलाई 5/6 ओटा समूहमा विभाजन गर्ने र प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा कक्षाका हाजिर कापी वितरण गर्ने । गत महिनाको 1, 2, 3, 4, 5, र 6 गते कति जना विद्यार्थी विद्यालयमा उपस्थित रहे ? तालिका बनाउन लगाउने ।

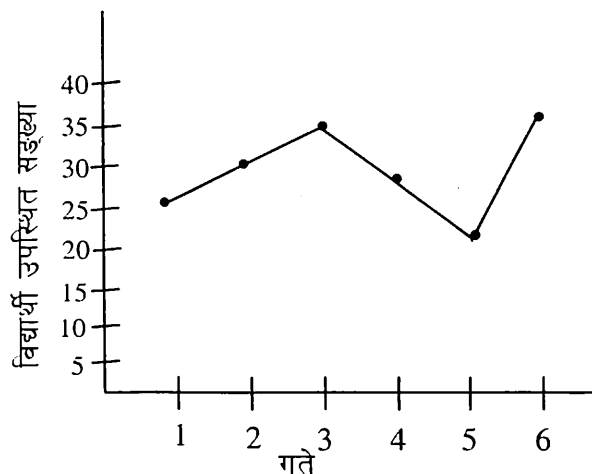
जस्तै :

गते	1	2	3	4	5	6
उपस्थित विद्यार्थी सङ्ख्या	25	30	36	28	20	38

द्रष्टव्य :

यस तालिका अनुरूप रेखाचित्र निर्माण गर्नु अगाडि अधिल्लो कक्षामा सिकाएका ग्राफमा क्रमजोडा सङ्ख्या भर्ने तारिकाको पुनरावलोकन गर्नु बेस हुनेछ ।

गतेलाई x अक्ष र विद्यार्थी उपस्थित सङ्ख्यालाई y अक्ष मान्दा



प्रत्येक गते अनुसार विद्यार्थी सङ्ख्या जनाई सकेपछि क्रमैसँग जोड्न लगाउने । सो जोडिएको रेखाहरूले दिएको आँकडाअनुसारको रेखाचित्र जनाउँछ ।

यसरी आँकडालाई रेखाचित्रमा प्रस्तुत गर्न जानेपछि अरू व्यावहारिक क्रियाकलापहरू स्वयं विद्यार्थीलाई बनाउन लगाई रेखाचित्र निर्माण गर्न लगाउन सकिन्छ ।

क्रियाकलाप 4

माथिको क्रियाकलाप नं. 3 को रेखाचित्रमा 2 गते कति जना विद्यार्थी उपस्थित रहे ? 5 गते कति जना विद्यार्थी उपस्थित रहे ? रेखा चित्र पढ्ने तरिका पनि समूह कार्यमा गर्न लगाई प्रस्तुत गर्न लगाउने ।

थप सुझाव

1. माथि छलफल गरिए जस्तै आफ्नो व्यवहारमा आउने कुनै 3 ओटा घटनाहरूलाई वृत्त चित्र र रेखा चित्रमा देखाउन लगाउने ।
2. पत्र-पत्रिकामा दिइएका वृत्त चित्र र रेखा चित्रहरू देखाई उल्लेखित जानकारीहरू भन्न र लेख्न लगाउने ।

बीजीय अभिव्यञ्जक (Algebraic Expression)

शिक्षण घन्टी : 10

एकाइ उद्देश्य

1. बहुपदीय अभिव्यञ्जकको वर्गीकरण तथा गुणन र भाग गर्न ।
2. सरल बीजीय अभिव्यञ्जकको गुणनखण्ड निकाल्न ।
3. खण्डीकरणद्वारा बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको म.स. र ल.स. निकाल्न ।
4. आनुपातिक बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको सरल गर्न ।

पाठ 1

बहुपदीय अभिव्यञ्जकको वर्गीकरण तथा गुणन र भाग

उद्देश्य

1. अभिव्यञ्जकहरूको वर्गीकरण गर्न ।
2. बहुपदीय अभिव्यञ्जकलाई एक पदीय, द्विपदीय तथा बहुपदीयहरूले गुणन गर्न ।
3. बहुपदीय अभिव्यञ्जकलाई दुई, तीन र चार पद भएका अभिव्यञ्जकले भाग गर्न ।
4. घाताङ्कसम्बन्धी साधारण समस्याहरू समाधान गर्न ।

सामग्री

एक पदीय, द्विपदीय र बहुपदीय अभिव्यञ्जकहरू लेखिएका केही कार्डहरू 5/6 विद्यार्थीको लागि एउटा सेटको दरले, घाताङ्कका नियमहरू लेखिएको चार्ट ।

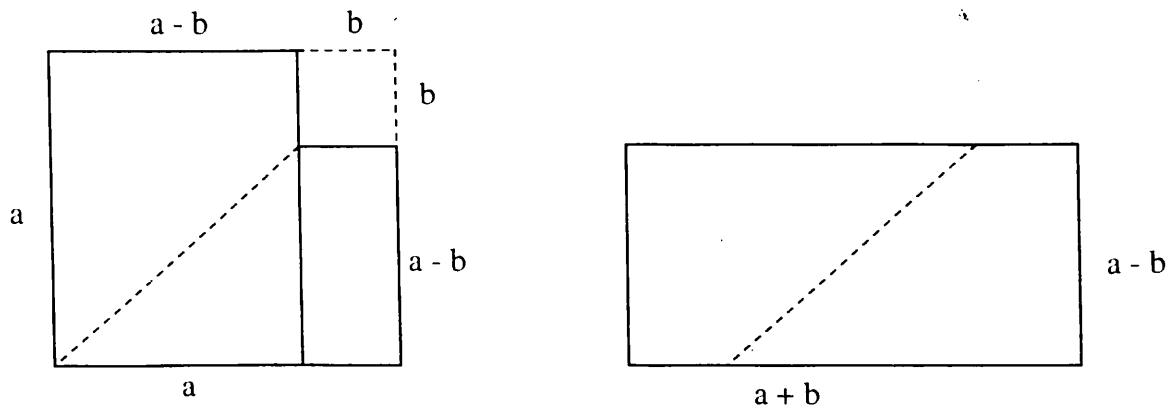
शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप :

क्रियाकलाप 1

5/6 जना विद्यार्थीको एउटा समूह बनाई प्रत्येक समूहलाई अभिव्यञ्जकहरूको कार्ड सेट बाँड्ने । प्रत्येक समूहलाई वितरित कार्डहरूबाट एक पदीय, द्विपदीय तथा बहुपदीय अभिव्यञ्जक छुट्याई प्रस्तुत गर्न लगाउने र प्रत्येक विद्यार्थीलाई 3/3 ओटा एकपदीय, द्विपदीय तथा बहुपदीय अभिव्यञ्जकहरू लेख्न लगाउने । त्यसैगरी ति अभिव्यञ्जकहरूको डिग्रीवारे छलफल गरी 0, 1, 2, डिग्री भएका अभिव्यञ्जकहरू 5/5 ओटा लेख्न लगाउने ।

क्रियाकलाप 2

द्विपदीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणन गर्ने तरिकाको लागि पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 68 को चित्रमा आधारित क्रियाकलापअनुसार एउटा आयताकार कागजको प्रयोग गरी देखाउने र त्यस्तै केही प्रश्नहरू बनाउन लगाई गुणन गर्न लगाउने । वर्गाकार कागजको प्रयोगबाट $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ को सूत्र प्रमाणित गराई केही समस्याहरू समाधान गर्न लगाउने ।



द्विपदीय अभिव्यञ्जकले द्विपदीय अभिव्यञ्जकलाई गुणन गर्ने तरिकाको पुनरावृत्ति गर्दै त्यस धारणालाई विर्कसित गर्दै बहुपदीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणन गर्ने तरिका स्वयं विद्यार्थीलाई प्रस्तुत गर्न लगाउने र तत्सम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न लगाउने । जस्तै; $(2a + 3b + c)$ र $(a - b - c + d)$ को गुणनफल निकाल्न a ले $(2a + 3b + c)$ का प्रत्येक पदलाई गुणन गर्ने, त्यस्तै $-b$ ले पनि $(2a + 3b + c)$ का प्रत्येक पदलाई गुणन गर्ने र $-c$ र d ले पनि सोहीअनुसार क्रमशः गुणन गर्ने । यदि गुणनफलमा समान पदहरू (Like Terms) भए त्यसलाई पनि सरलीकरण गरी उत्तर लेख्नुपर्ने ।

क्रियाकलाप ३

कुनै आयताकार कागज देखाई त्यसको क्षेत्रफल निकाल्न लम्बाइ र चौडाइको गुणा गरिन्छ भनी पुनरावृत्ति गराउने यदि क्षेत्रफल तथा कुनै एउटा भुजा दिएमा अर्को भुजा पत्ता लगाउन के गर्नुपर्ला भन्ने बारे छलफल गरी गुणन क्रियाको विपरीत क्रिया भाग हो भन्नेबारे निष्कर्ष निकाल्दै भाग गर्ने तरिकाको प्रदर्शन गर्ने ।

क्रियाकलाप ४

कक्षा ७ मा पढेका घाताङ्कका नियमहरू विद्यार्थीहरूको समूहमा लेख्न लगाई प्रस्तुत गर्न लगाउने । जस्तै :- $X^a \times X^b = X^{a+b}$, $X^a \div X^b = X^{a-b}$, $X^0 = 1$ आदि । पाठ्यपुस्तकका उदाहरणहरू छलफल गरी तत्सम्बन्धी अभ्यास ११ (ज) का समस्याहरू सरल गर्न लगाउने ।

थप सुझाव

बीजगणितका समस्याहरूको धारणा विर्कसित गर्न केही ठोस वस्तुहरूको प्रयोगका साथै प्रशस्त अभ्यासहरू गर्न लगाउनु राम्रो हुन्छ । त्यसको लागि पाठ्यपुस्तकका समस्याहरूमा मात्रै भर नपरी विद्यार्थी स्वयंलाई समस्याहरू बनाउन लगाई समाधान गर्न लगाउन सकिन्छ ।

उद्देश्य

1. ax^2+bx+c स्वरूपमा अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्न
2. पूर्ण वर्ग हुने त्रिपदीय अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्न
3. दुई वर्गहरूको अन्तरलाई खण्डीकरण गर्न

शैक्षिक सामग्री

20cm लम्बाइका 8 टुक्रा लट्टीहरू, स्केल, कैंची/चक्कु-1, 15"×10" र 10"×8" का आयताकार कागज । 10"×10" का 3 ओटा टुक्राहरू ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

प्रयोग गर्दै छलफल गर्ने :

(क) बराबर साइजका (करिब 20 cm) लट्टीका 8 टुक्रा लिने । सबैलाई एकै लहरमा राख्ने र एउटा छेउवाट 3cm नापेर काट्ने । यदि बाँक टुक्रा x cm लम्बाइका भए सबै लट्टीका लम्बाइ $8(x+3)$ cm हुन्छ । छुट्टाछुट्टै नाप लिँदा $8x$ cm र 8×3 cm हुन्छ । यसलाई संयुक्त रूपमा लेख्दा $(8x+24)$ cm हुन्छ ।

त्यसैले $8(x+3) = 8x+24$ हुन्छ भन्ने $8x+24$ लाई $8(x+3)$ लेखी दुई गुणन-खण्डहरूमा विभाजन गर्न सकिन्छ । यस प्रक्रियालाई नै “खण्डीकरण गर्ने” भन्ने वारे छलफल गर्ने ।

(ख) 15"×10" र 10"×8" नापका आयताकार कागजको टुक्राहरू लिने । ठूलो टुक्रा कागजको लम्बाइ x र चौडाइ 10 त्यत्रै सानो टुक्राको लम्बाइ 10 र चौडाइ 8 मान्ने । पहिलो टुक्राको क्षेत्रफल र दोस्रो टुक्राको क्षेत्रफल जोड्दा कति हुन्छ ? त्यसलाई एउटै आयताकार रूपमा राख्दा सो आयतको लम्बाइ र चौडाइ कति हुन्छ ? छलफल गर्ने ।

$10x+80$ र $10(x+8)$ को क्षेत्रफल बराबर हुने भएकोले $10x+80=10(x+8)$ लेख्न सकिन्छ । यस तथ्यलाई गणितीय क्रिया गर्दा $(10x+80)$ दुवै पदहरूमा 10 “साभ्ना” हुने भएकोले 10 साभ्ना लिँदा बाँकी $x+8$ हुने वारे छलफल गर्ने ।

(ग) मौखिक छलफल गर्ने :

x m लम्बाइ भएको एउटा वर्गाकार जग्गाको एक छेउवाट 10m मोहडाको एउटा घडेरी वेच्दा कति जग्गा बाँकी होला ? छलफल गर्ने ।

$x^2 - 10x$ जग्गा बाँकी रहन्छ । सो बाँकी जग्गाको लम्बाइ x र चौडाइ $x-10$ हुने भएकाले $x^2 - 10x = x(x-10)$ हुन्छ ।

(घ) यसरी धारणाहरू विकसित भएपछि $a^2 + 5a + 2a + 10$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्ने तरिका वारे छलफल गर्ने ।

यसका लागि कागजका टुक्राहरूलाई मिलाई एउटा आयत बनाउन लगाउने जसको पूर्ण रूप हुन्छ । यसको लम्बाइ $a + 5$ र चौडाइ $a + 2$ हुन्छ । त्यसैले सो आयतको क्षेत्रफल $(a + 5)(a + 2)$ हुन्छ ।

त्यसैले $a^2 + 5a + 2a + 10 = (a + 5)(a + 2)$ लेख्न सकिन्छ ।

यसलाई सरल तरिकाले गर्दा

$$\begin{aligned} & a^2 + 7a + 10 \\ &= a^2 + 5a + 2a + 10 \\ &= a(a + 5) + 2(a + 5) \\ &= (a + 5)(a + 2) \text{ हुन्छ ।} \end{aligned}$$

द्रष्टव्य :

- यस्तो प्रक्रियाद्वारा यस्ता त्रिपदीय अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्ने बारे धारणा दिई सकेपछि पाठ्यपुस्तकमा दिइएअनुसार खण्डीकरण गर्ने तरिका प्रस्तुत गरी अभ्यास गराउने ।
- $x^2 + ax + b$ स्वरूपको खण्डीकरण गर्ने अभ्यास भईसकेपछि $ax^2 + bx + c$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्न लगाउने ।

क्रियाकलाप 2

$a^2 + 2ab + b^2$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण :

यसको लागि सर्वप्रथम a^2 र b^2 को आधारमा अर्को पद $2ab$ कसरी बनाउने भन्ने बारे छलफल गर्ने ।

जस्तै : $a^2, \dots, 6^2$ को बीचमा $+ 2.6a$ वा $-2.6a$ थप्दा $(a + 6)^2$ वा $(a - 6)^2$ हुन्छ ।

द्रष्टव्य :

कक्षा 7 मा वर्गाकार कागजद्वारा $(a + b)^2$ र $(a - b)^2$ को सूत्र प्रमाणित गरी सकेको हुनाले यस कक्षामा यसका गुणनफलबाट गुणनखण्ड निकाल्ने तरिका मात्र प्रस्तुत गरिएको छ । माथिको धारणा दिइसकेपछि पुस्तकमा दिइएअनुसार गुणनखण्ड निकाल्ने तरिकाको छलफल गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

$a^2 - b^2$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण :

$a^2 - b^2$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्न $+ab$ र $-ab$ थपेर चारओटा पद भएको अभिव्यञ्जक बनाउन लगाउने । जुन $a^2 + ab - ab - b^2$ हुन्छ ।

त्यसैले $a^2 - b^2 = a^2 + ab - ab - b^2$

$$= a(a + b) - b(a + b) \text{ (दुई पदहरूमा साभा लिएको)}$$

$$= (a + b)(a - b) \text{ (अभिव्यञ्जक साभा लिएको)}$$

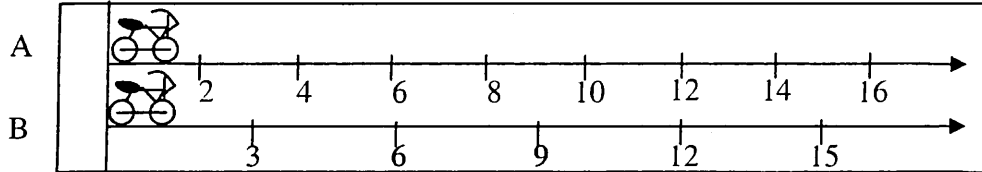
द्रष्टव्य :

कक्षा 7 मा वर्गाकार कागजद्वारा $a^2 - b^2$ को सूत्र प्रमाणित गरी सकेको हुनाले यस कक्षामा खण्डीकरण गर्ने तरिका बारे अभ्यस्त बनाउनु पर्ने हुन्छ । खण्डीकरण गर्ने तरिकाको लागि पाठ्यपुस्तकमा दिइएको तरिकाअनुसार पनि गर्नुहोला ।

उद्देश्य

1. खण्डीकरण विधिद्वारा दुई पदीय, त्रिपदीय अभिव्यञ्जकहरूको म.स. र ल.स. निकाल्न (तीन अभिव्यञ्जकसम्मको)

शैक्षिक सामग्री



शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

म.स. र ल.स. को धारणा दिने :

बीजगणितीय अभिव्यञ्जकको म.स. तथा ल.स. को धारणा दिनु अगाडि कुनै दुई सङ्ख्याहरूको म.स. तथा ल.स. को धारणा दिनु उपयुक्त हुन्छ। जस्तै : रु.20 र रु.30 उत्ति नै जनालाई बराबर हुने गरी बाँड्दा सबभन्दा बढी रकम कति बाँड्न सकिन्छ।

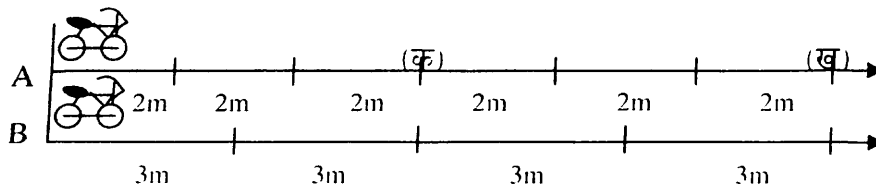
यहाँ रु. 20 उत्ति नै जनालाई बराबर हुने गरी बाँड्दा 20 जनालाई रु. 1, 10 जनालाई रु. 2, 4 जनालाई रु. 5, 2 जनालाई रु. 10 र 1 जनालाई रु. 20 का दरले बाँड्न सकिन्छ।

त्यसैले रु. 20 का गुणनखण्डहरू 1, 2, 4, 5, 10 र 20 हुन्।

त्यसैगरी रु. 30 उत्ति नै जनालाई बराबर हुने गरी बाँड्दा 30 जनालाई रु. 1, 15 जनालाई रु. 2, 10 जनालाई रु. 3, 6 जनालाई रु. 5, 5 जनालाई रु. 6, 3 जनालाई रु. 10, 2 जनालाई रु. 15 र 1 जनालाई रु. 30 का दरले बाँड्न सकिन्छ।

त्यसैले रु. 30 का गुणनखण्डहरू 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 र 30 हुन्।

यहाँ उत्ति नै जनालाई बराबर हुने गरी बाँड्ने रकम रु. 1, रु. 5 र रु. 10 हुन्छ। त्यसमध्ये सबभन्दा बढी बाँड्न सकिने रकम रु. 10 हो। यो नै आवश्यक म.स. हो। अर्थात् 20 र 30 को म.स. 10 हो। त्यसैगरी ल.स.को धारणा निम्न प्रश्नबाट छलफल गरी दिने। A ले 2m प्रति छ सेकेन्ड र B ले 3m प्रति छ सेकेन्डको दरले साइकल एकै स्थानबाट उही समयमा एउटै दिशातिर चलाए। सबभन्दा पहिले उनीहरूको भेट कति m मा हुन्छ होला ?



चालक A प्रत्येक 5 सेकेन्डमा 2m, 4m, 6m, 8m, को दूरी पार गरेर जान्छ । त्यस्तै चालक B ले प्रत्येक 5 सेकेन्डमा 3m, 6m, 9m, 12m....को दूरी पार गरेर जान्छ । उनीहरू 6m, 12mको दूरीमा भेटिरहन्छन् । सबभन्दा पहिले उनीहरू 6m को दूरीमा भेट्छन् । त्यसैले आवश्यक ल.स 6m हो । अर्थात् 2 र 3 को ल.स 6 हो ।

यहाँ 2 ले भाग जाने सङ्ख्याहरू, 2, 4, 6, 8, ...

3 ले भाग जाने सङ्ख्याहरू, 3, 6, 9, 12, ...

2 र 3 ले भाग जाने सबभन्दा सानो साभ्भा सङ्ख्या 6 हो । त्यसैले 2 र 3 को ल.स 6 हो ।

क्रियाकलाप 2

यसरी सङ्ख्यावाट म.स र ल.स को धारणा दिइसकेपछि अर्को तरिकावाट पनि यस प्रकार गरिने वारे छलफल गर्ने :

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

यहाँ, म.स (सवैमा भएका साभ्भा सङ्ख्याको गुणन फल) $= 2 \times 5 = 10$

र ल.स. (सवैमा भएका साभ्भा सङ्ख्या र क्रमशः बाँकी सङ्ख्यामा भएका साभ्भा सङ्ख्याका साथै साभ्भा नभएका सङ्ख्याहरूको गुणनफल) $= 2 \times 5 \times 2 \times 3 = 60$

क्रियाकलाप 3

बीजगणीत नै अङ्कगणितको सामान्यीकरण रूप (Generalized Form) हो भन्ने वारे छलफल गर्ने । त्यसपछि पाठ्यपुस्तकमा दिइएको अनुसारको क्रियाकलापहरू गरी निकाल्न अभ्यस्त गराउने ।

थप सुभाब

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू वनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

1. बीजीय भिन्नको परिचय दिन ।
2. बीजीय भिन्नतालाई लघुतम पदमा बदल्न ।
3. समान तथा असमान हर भएका भिन्नहरूको जोड् तथा घटाउ गर्न ।
4. गुणन तथा भाग चिह्न मिश्रित बीजीय भिन्नहरूको सरल गर्न ।
5. सबै क्रिया समावेश भएका बीजीय भिन्नहरूको सरल गर्न ।

शैक्षिक सामग्री

$\frac{a}{x}$	$\frac{a^2 - b^2}{(a + b)^2}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$	$\frac{a}{a + b} - \frac{b}{a + b}$	$\frac{a}{b} - \frac{b}{c} - \frac{c}{d}$
$\frac{a}{b - d} - \frac{b}{b + d}$	$\frac{a^2 + 5a + 4}{a^2 - 16}$	लेखिएका चार्टहरू		

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

माथि शैक्षिक सामग्रीमा उल्लेखित काडहरू देखाई कस्तो भिन्नलाई बीजीय भिन्न भनिन्छ भन्ने बारे छलफल गर्ने । जस्तै : माथिका सबै बीजीय भिन्नहरू हुन् किनभने यसमा बीजीय अभिव्यञ्जकहरू समावेश छन् । जसको हर र अंश छन् र हर कहिल्यै पनि 0 हुनु हुदैन । यदि हरको मान "0" भए सो भिन्नको आनुपातिक अभिव्यञ्जक अपरिभाषित हुने कुरा छलफलबाट प्रस्ट पार्ने ।

जस्तै : $\frac{5x}{a-4}$, यहाँ यदि $a=4$ भएमा $\frac{5x}{a-4}$ अपरिभाषित हुन्छ । विद्यार्थीहरूलाई करिव 5/5 ओटा नै अपरिभाषित हुने बीजीय अभिव्यञ्जकहरू वनाउन दिने र प्रस्तुत गर्न लगाई छलफल गर्ने

क्रियाकलाप 2

$\frac{a^2 + 5a + 4}{a^2 - 16}$ लेखिएको कार्डलाई देखाई अंश र हरमा भएका पदहरू मध्य के a^2 काट्न मिल्छ ? छलफल गर्ने । कस्तो अवस्थामा काट्न मिल्छ ? त्यसैले सम्भव भए सम्म अंश तथा हरका अभिव्यञ्जकहरूलाई खण्डीकरण गर्नुपर्छ ।

$$a^2 + 5a + 4 = (a + 4)(a + 1) \text{ र } a^2 - 16 = (a + 4)(a - 4) \text{ हुन्छ ।}$$

$$\text{त्यसैले, } \frac{a^2 + 5a + 4}{a^2 - 16} = \frac{(a + 4)(a + 1)}{(a + 4)(a - 4)} = \frac{(a + 1)}{(a - 4)} \text{ लेख्न सकिन्छ ।}$$

यो प्रक्रियालाई नै दिइएको बीजीय अभिव्यञ्जकलाई लघुतम पदमा बदलिएको भनिन्छ । प्रत्येक विद्यार्थीलाई करिव 5/5 ओटा लघुतम पदमा लैजान मिल्ने बीजीय भिन्नहरू लेखाई प्रस्तुत गर्न लगाउने र सरल पनि गर्न लगाउने ।

क्रियाकलाप 3

माथि शैक्षिक सामग्रीमा दिइएका कार्डहरू देखाई कुन-कुन समान हर भएका बीजीय अभिव्यञ्जकहरू हुन् ? छुट्याउन लगाउने र किन ? छलफल गर्ने । त्यस्तै कुन-कुन भिन्नहरू कति पदीय बीजीय अभिव्यञ्जकहरू हुन् छुट्याउन लगाउने । प्रत्येक विद्यार्थीलाई 5/5 ओटा समान हर र असमान दर भएका बीजीय भिन्नहरू लेख्न लगाई प्रस्तुत गर्न लगाउने ।

त्यसपछि सर्वप्रथम समानहर भएका बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको सरल गर्ने तरिकाको छलफल गर्ने । जस्तै :

$$\frac{a^2}{a+b} + \frac{2ab+b^2}{a+b} = \frac{a^2+2ab+b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a+b)}{a+b} = (a+b) \text{ हुन्छ ।}$$

त्यस्तै यदि दुई बीजीय भिन्नहरूबीच घटाउ क्रिया भएमा घटाउ चिह्न पछिको अभिव्यञ्जकको अंशमा रहेको अभिव्यञ्जकका चिह्न बदलिनेबारे सचेत गराउनुपर्छ ।

जस्तै :

$$\frac{a^2}{a-3} - \frac{6a-9}{a-3} = \frac{a^2-6a+9}{a-3} = \frac{(a-3)(a-3)}{a-3} = (a-3) \text{ हुन्छ ।}$$

प्रत्येक विद्यार्थीलाई असमान हर भएका बीजीय भिन्नहरू लेख्न लगाई सरल गर्ने तरिकाको छलफल गर्ने । जस्तै :

$$\begin{aligned} & \frac{x^2}{x-y} - \frac{xy}{x+y} \\ &= \frac{x^2(x+y)}{(x-y)(x+y)} - \frac{xy(x-y)}{(x+y)(x-y)} \quad [\text{हर बराबर बनाएको}] \\ &= \frac{x^2(x+y) - xy(x-y)}{(x+y)(x-y)} \\ &= \frac{x^3 + x^2y - x^2y + xy^2}{(x^2 - y^2)} \\ &= \frac{x^3 + xy^2}{x^2 - y^2} \end{aligned}$$

त्यस्तै असमान हर भएका बीजीय भिन्नहरू विद्यार्थीलाई बनाउन लगाई सरल गर्न लगाउने र प्रस्तुत गर्न लगाउने ।

द्रष्टव्य :

- (i) यसरी विभिन्न क्रियाकलापका धारणा दिइसकेपछि स्वयं विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकका समस्याहरूबाहेक उनीहरू स्वयंले बनाई सरल गर्दा बढी अभ्यस्त हुन्छन् त्यसैले यसप्रति उनीहरूलाई शिक्षकले प्रोत्साहन दिनुपर्दछ ।
- (ii) दुईपदीय बीजीय भिन्नहरूको (समान/असमान हर भएका) सरल गर्ने अभ्यस्त भई सके पछि त्रिपदीय भिन्नहरू (समान/असमान हर भएका) को सरल गर्न लगाउनुपर्छ ।
- iii) के असमान हरहरू भएका भिन्नहरूको जोड तथा घटाउ गर्दा हरहरूको ल.स. लिनु आवश्यक छ ? छलफल गर्ने ।

जस्तै :-

$$\frac{2}{3y} - \frac{5}{6y} = \frac{2 \times 6y}{3y \times 6y} - \frac{5 \times 3y}{6y \times 3y} = \frac{12y}{18y^2} - \frac{15y}{18y^2} = \frac{12y - 15y}{18y^2} = \frac{-3y}{18y^2} = \frac{-1}{6y}$$

ल.स. नलिई सरल गर्दा

अथवा,

$$\frac{2}{3y} - \frac{5}{6y} = \frac{2 \times 2}{6y} - \frac{5}{6y} = \frac{4 - 5}{6y} = \frac{-1}{6y}$$

ल.स. लिई गर्दा

क्रियाकलाप 4

निम्न उदाहरण छलफल गर्ने :

- (क) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} \times \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x + 3}$ मा भएका पदहरूलाई खण्डीकरण गर्नुपर्छ कि ? छलफल

गर्ने । यदि खण्डीकरण गर्नुपर्छ भने खण्डीकरण गर्ने ।

$$= \frac{(x+2)(x-2)}{x(x+2)} \times \frac{x(x+3)(x-2)}{(x+3)}$$

$$= (x-2)^2$$

$$x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$$

$$x^2 + 2x = x(x+2)$$

$$x^3 + x^2 - 6x = x(x^2 + x - 6)$$

$$= x(x^2 + 3x - 2x - 6)$$

$$= x\{x(x+3) - 2(x+3)\}$$

$$= x(x+3)(x-2)$$

(ख) $\frac{x}{3} \div \frac{x^2}{12}$ मा भाग चिह्न भन्दा पछाडिको भिन्नलाई “उल्टाउनु” पने बारे छलफल गर्ने ।

$= \frac{\frac{x}{3}}{\frac{x^2}{12}}$ मा हरमा 1 बनाउनु छ । हरमा 1 बनाउन हरमा भएको भिन्नलाई त्यसको व्युत्क्रम (reciprocal) ले गुणन गर्नुपर्छ ।

$= \frac{\frac{x}{3} \times \frac{12}{x^2}}{\frac{x^2}{12} \times \frac{12}{x^2}}$ हरमा व्युत्क्रमले गुणा गरेपछि अंशमा पनि त्यही परिमाणले गुणा गर्नुपर्छ ।

$$= \frac{x}{3} \times \frac{12}{x^2}$$

$$= \frac{4}{x}$$

थप सुझाव :

यससम्बन्धी धारणा बसिसकेपछि खण्डीकरण गर्नु पर्ने बीजीय अभिव्यञ्जकहरू गुणन तथा भाग चिह्न समावेश भएका तीन ओटा भिन्नहरूको सरल गर्नुपर्ने समस्याहरू विद्यार्थीलाई बनाउन लगाउने र सरल गर्न लगाई प्रस्तुत गराउने ।

एकाइ उद्देश्य

1. एक चलयुक्त रेखीय असमानताको हल गर्न र दुई चलयुक्त रेखीय समीकरणलाई लेखाचित्रबाट हल गर्न ।
2. वर्ग समीकरणलाई गुणनखण्ड विधिबाट हल गर्न ।

पाठ 1, 2, 3, 4

उद्देश्य

1. असमानताको परिचय दिन ।
2. एक चलयुक्त रेखीय असमानताको हल गर्न ।
3. दुई चलयुक्त युगपत रेखीय समीकरणहरूको लेखाचित्रबाट हल गर्न र दुई चलमा आधारित शाब्दिक समस्याहरू हल गर्न ।
4. सरल रेखाको भुकाव तथा x -खण्ड र y -खण्ड निकाल्न ।

शैक्षिक सामग्री

तराजु, चकको बट्टा 2 ओटा, 4 ओटा गुच्चाहरू, $+5$ देखि -5 सम्म लेखिएका $10" \times 15"$ का दुई सेट कागज, लट्टी, मिटर स्केल ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 4

(क) समानता तथा असमानताको तुलनात्मक धारणा दिन निम्न प्रयोग गर्नुहोस् ।

एउटा तराजुको दुवैतिर चकका बट्टाहरू राखेर चारओटा उत्रै गुच्चाहरू एकातिरको बट्टाभित्र (गोप्य राख्ने) र अर्को बट्टाको बाहिर तिर चारओटा गुच्चाहरू राख्नुहोस् । के तराजु सन्तुलनमा छ ? बट्टाभित्र x ओटा गुच्चाहरू भए x को मान कति होला ? छलफल गर्नुहोस् । के $x = 4$ समीकरण हो ? यदि बट्टा बाहिरको एउटा गुच्चा भिक्दा तराजु असन्तुलन हुन्छ । त्यसैले यहाँ असमानता हुने वारे छलफल गर्दै दुई ओटा गुच्चा भिक्दा के हुन्छ ? त्यस्तै 3 ओटा भिक्दा के हुन्छ ? आदि प्रश्न गरी छलफल गर्ने । यसलाई असमानतामा लेख्दा एउटा गुच्चा भिक्दा $x > 3$ लेख्न सकिन्छ किनभने x ओटा गुच्चा गद्गौ हुन्छ । दुईटा गुच्चा भिक्दा $x > 2$ लेख्न सकिन्छ । किनभने x ओटा गुच्चा भएको भाग भन् गद्गौ हुन्छ ।

त्यस्तै $x > 1$ तथा $x > 0$ लेख्न सकिन्छ ।

त्यसैले माथिका सबै परिस्थितिलाई एउटै असमानतामा लेख्दा $x > 3$ लेख्न सकिन्छ ।

ख) मौखिक छलफल गर्ने

“वसन्तसँग रु. 102 छ उसले रु. 12 पर्ने कलम कतिओटा किन्न सक्छ ?” यस प्रश्नको जवाफमा विद्यार्थीहरूले 8 ओटा भन्ने उत्तर अवश्य दिनेछन् । तर असमानतामा लेख्दा यदि उसले x ओटा कलम किन्न सक्छ भने उसले सबभन्दा बढी 8 ओटासम्म किन्न सक्छ अथवा 8 ओटा भन्दा कम ओटा पनि किन्न सक्छ । त्यसैले यस अवस्थालाई $x \leq 8$ लेख्न सकिने वारे छलफल गर्ने ।

द्रष्टव्य :

यस्ता प्रकारका प्रयोगात्मक उदाहरणहरूको धारणा दिई कुनै अवस्थामा एउटा मात्र मान मान्य हुन्छ भने त्यसलाई समीकरण भनिन्छ तथा दुई वा दुईभन्दा बढी मानहरू पनि मान्य हुन्छन् भने त्यसलाई असमानत भनिन्छ भन्ने निष्कर्ष निकाल्ने ।

$x = 10$ समीकरण छ भने $x < 10$ वा $x > 10$ असमानता हो । असमानतालाई मिश्रित रूपमा $x \geq 10$ वा $x \leq 10$ पनि लेख्न सकिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

एक चलयुक्त रेखीय असमानताको हल गर्न निम्न क्रियाकलाप गराउनुहोस् :

-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5
----	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----

प्रत्येक विद्यार्थीलाई सङ्ख्या रेखाको रूपमा उभ्याई माथिका नम्बरहरू शरीरको अगाडि भागमा झुन्ड्याउन लगाउने र बसाउने । त्यस्तै गरी सो समूहको अगाडिको भागमा पनि सङ्ख्या रेखा जस्तै समूहमा अर्को समूहलाई बस्न लगाउने । ती दुई समूहलाई समूह ‘क’ र समूह ‘ख’ नामकरण गर्ने ।

तरिका :

समूह ‘क’ लाई कुनै एउटा असमानता भन्न लगाउने । जस्तै: $x > 3$ । यो असमानता समूह ‘ख’ ले पढिसकेपछि समूह ‘ख’ का विद्यार्थीहरूले आ-आफ्नो नम्बर संझी दिइएको असमानता $x > 3$ अनुसारको नं. 4 र 5 उठ्ने । यदि उठेका विद्यार्थीहरू दिइएको असमानता अनुसार मिलेमा समूह ‘ख’ लाई 1 अङ्क दिने र नमिलेमा अङ्क नदिने ।

त्यसैगरी समूह ‘ख’ लाई एउटा असमानता भन्न लगाउने र त्यसको जवाफ दिन समूह ‘क’ लाई उत्तर अनुसार विद्यार्थी उठाउन लगाउने । यदि उत्तर अनुसार विद्यार्थी उठेमा 1 अङ्क दिने ।

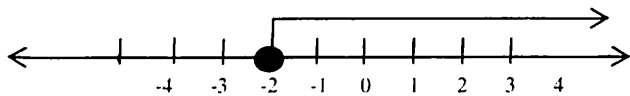
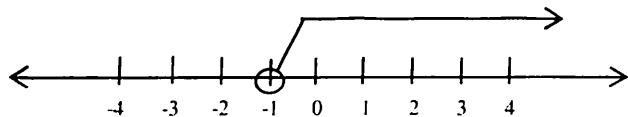
एवम् प्रकार जुन समूहले बढी अङ्क प्राप्त गर्‍यो त्यो समूह विजयी हुन्छ । यसको लागि निश्चित प्रश्न सङ्ख्या वा निश्चित समय तोक्न सकिन्छ । जस्तै : दुवै समूहबाट 5/5 ओटा प्रश्न सोध्ने वा 30 मिनेट भित्र यो क्रियाकलाप गराई सकेपछि सङ्ख्यारेखामा देखाउने असमानताका समस्याहरू हल गर्न लगाउने ।

द्रष्टव्य :

(क) $x > -1$ लाई सङ्ख्या रेखामा देखाउदा

-1 रहेको स्थानलाई गोलो चिह्न लगाई broken arrow अलि ढल्काउने ।

(ख) त्यस्तै, $x \geq -1$ लाई सङ्ख्या रेखामा देखाउँदा -1 रहेको स्थानलाई गोलो चिह्न लगाई



रङ्गाउने र broken arrow ठीक 90°

मा राख्ने ।

(ग) एक चलयुक्त असमानताको हल गर्दा “-” ले गुणा वा भाग गर्दा $>$ लाई $<$ वा $<$ लाई $>$ चिह्नमा बदल्नु पर्ने कारण बताइदिने ।

जस्तै :- यदि $3 > 2$ हुन्छ भने $-3 > -2$ हुँदैन, त्यसैले $-3 < -2$ हुन्छ ।

क्रियाकलाप 3

दुई चलयुक्त रेखीय समीकरणहरूको लेखा चित्रवाट हल :

यस पाठको सुरुमा विद्यार्थीहरूका व्यवहारमा आइरहने समस्याहरू दिनु उपयुक्त हुन्छ ।

जस्तै :- 5 ओटा कलम र 1 ओटा सिसाकलमको मूल्य रु. 14 पर्छ र उही 1 कलम र 1

सिसाकलमको मूल्य रु. 6 पर्छ भने प्रति कलम र प्रति सिसाकलमको मूल्य निकाल ।

द्रष्टव्य :

सर्वप्रथम पहिलो खण्डलाई समीकरणमा लेख्न एक कलमको मूल्यलाई x र एक डटपेनको

मूल्यलाई y मान्न लगाउने । जसअनुसार आवश्यक समीकरण $5x + y =$ रु. 14 हुन्छ ।

यसैगरी दोस्रो खण्डलाई $x + y =$ रु. 6 लेख्न सकिन्छ ।

दुवै समीकरणका निर्देशाङ्क तालिकाहरू बनाउन लगाई लेखा चित्रमा रेखाहरू भर्ने

लगाउने । दुई रेखाहरूका प्रतिच्छेदन बिन्दुले ती रेखाहरूका हल बिन्दु हुने वारे छलफल गर्ने । यसप्रकार लेखाचित्रद्वारा प्रति कलम र प्रति सिसाकलमको मूल्य निकाल्ने तरिकाको छलफल गर्ने ।

यस्ता समस्याहरू विद्यार्थी स्वयम्लाई बनाउन लगाई समाधान गर्दा धारणा स्थायी रहन्छ ।

यसपछि पुस्तकका क्रियाकलापहरू विद्यार्थी स्वयम्लाई गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 4

सरल रेखाको भुकाव तथा x -खण्ड र y -खण्ड निकाल्न निम्न क्रियाकलाप गर्ने:

कक्षा कोठाको अग्रभागमा लट्टीलाई छड्के पारी राख्ने । विद्यार्थीलाई लट्टीको टुप्पाले भित्ताको कति उचाइमा छोएको छ र अर्को टुप्पाले भित्ताभन्दा कति पर भुईँमा छोएको छ ? नाप्न लगाई भित्तामा छोएको बिन्दु A को निर्देशाङ्क र भुईँमा छोएको बिन्दु B को निर्देशाङ्क (सकभर पूर्ण सङ्ख्या (whole number) मा लेख्न लगाउने ।

मानौं A को निर्देशाङ्क (0, 20) र B को निर्देशाङ्क (15, 0) भए,

रेखा AB को भुकाव = $\frac{\text{दुई बिन्दुहरूका } y \text{ निर्देशाङ्कको फरक}}{\text{दुई बिन्दुहरूका } x \text{ निर्देशाङ्कको फरक}}$

$$= \frac{20 - 0}{0 - 15}$$

$$= \frac{20}{-15}$$

$$= -\frac{4}{3}$$

द्रष्टव्य :

1. शिक्षकले सूत्र बताई सकेपछि सांख्यिक समाधान विद्यार्थी स्वयम्लाई गर्न लगाउने ।
2. यस्ता प्रयोगात्मक क्रियाकलाप विद्यार्थीलाई समूह बनाई गर्न लगाउने ।
3. विद्यालय वरपर भएका ढल्केका वस्तुहरूको पनि भुकाव निकाल्न लगाउने ।

जस्तै: भन्याङ्ग, फल्याक आदि ।

4. केही प्रयोगहरू गरिसकेपछि पुस्तकका क्रियाकलापहरू गराउँदा धारणा स्थायी हुने भएकाले कुनै पनि रेखाको भुकाव निकाल्ने तरिका जानिसकेपछि माथि वर्णन गरे भैं ती वस्तुहरूका x -खण्ड र y -खण्ड पनि स्वयम् विद्यार्थीहरूलाई निकाल्न लगाउने । यसपछि दिइएका कुनै पनि रेखीय समीकरणको x -खण्ड र y -खण्ड पत्ता लगाउन पुस्तकका क्रियाकलाप अनुसार गराउनुहोला ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

1. वर्ग समीकरणको परिभाषा दिन ।
2. गुणनखण्ड विधिद्वारा वर्ग समीकरण हल गर्ने ।

शैक्षिक सामग्री

सम्बन्धित समस्याहरू

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) प्रत्येक विद्यार्थीलाई वर्ग अभिव्यञ्जकहरू कम्तीमा 10/10 ओटा लेख्न लगाउने । जस्तै :
सवै पदहरूबाट साभ्हा लिनु पर्ने, $a^2 \pm 2ab + b^2$ को स्वरूप भएका, $a^2 - b^2$ स्वरूपका वा $ax^2 + bx + c$ स्वरूपको समूहमा बाँड्न लगाउने ।

द्रष्टव्य :

ती अभिव्यञ्जकहरूमा “ = ” चिह्न समावेश भई सो चिह्नको दुवैपट्टि केही परिमाण भएमा त्यसलाई वर्ग समीकरण भन्ने वारे छलफल गर्ने । पाठ्य-पुस्तकमा दिइए अनुसार मिश्रित तथा शुद्ध वर्ग समीकरणको परिभाषा छलफल गर्ने र प्रत्येक विद्यार्थीलाई त्यस्ता समीकरणहरू 5/5 ओटा वनाउन लगाउने ।

(ख) अधिल्ला पाठहरूमा विद्यार्थीहरूले वर्ग अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्ने तरिकाहरू जानिसकेका हुनाले यस पाठका लागि पुनरावृत्ति मात्र गरिदिने । वर्ग अभिव्यञ्जकका दुई वटा गुणन-खण्डहरू हुने-हुनाले वर्ग अभिव्यञ्जकको पनि दुई वटा मूलहरू हुने वारे छलफल गर्ने ।

क्रियाकलाप 2

गुणनखण्ड विधिद्वारा वर्ग समीकरण हल :

कुनै वर्ग समीकरणको खण्डीकरण गर्न लगाउने, जहाँ “ = ” चिह्नको एक भागमा ‘0’ रहेको हुन्छ । जस्तै : $(x + 2)(x + 3) = 0$

दुई अभिव्यञ्जकहरूको गुणन-फल ‘0’ हुन्छ भने ती दुई मध्ये पहिलो अभिव्यञ्जक ‘0’ वा दोस्रो अभिव्यञ्जक ‘0’ हुनै पर्ने अवस्था वारे छलफल गर्ने ।

यसरी वर्ग समीकरणको मूलहरू निकाल्न पहिलो अभिव्यञ्जकलाई ‘0’ वनाई एउटा मूल र दोस्रो अभिव्यञ्जकलाई ‘0’ वनाई अर्को मूल पत्ता लगाउने विधिलाई गुणन-खण्ड विधिद्वारा वर्ग समीकरण हल भनिन्छ भन्ने वारे छलफल गर्ने ।

थप सुझाव

यस तरिकाबाट वर्ग समीकरणको हल गर्न प्रशस्त अभ्यासहरू गराउनु र त्यसका लागि विद्यार्थी स्वयम्लाई पनि प्रश्नहरू वनाउन प्रोत्साहित गर्ने ।

कोण र समानान्तर रेखा

(Angles and Parallel Lines)

शिक्षण घन्टी : 8

एकाइ उद्देश्य

- शीर्षाभिमुख कोणहरू बीच र आसन्न कोणहरू बीचको सम्बन्धको प्रयोग गरी साधारण समस्या हल गर्न ।
- कम्पासको प्रयोग गरी 75° , 105° , 150° र 165° का कोणहरू खिच्न ।

पाठ : 1

कोणहरू

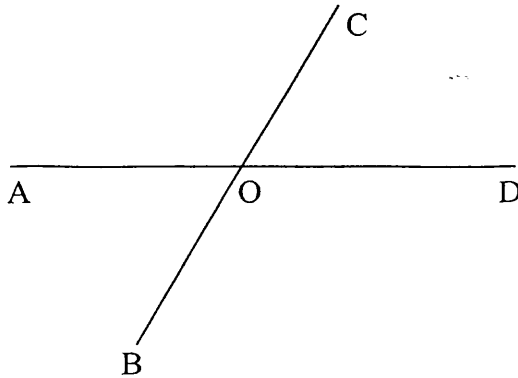
(Angles)

उद्देश्य

- सरल रेखाहरू आपसमा काट्दा बनेका शीर्षाभिमुख कोणहरू प्रयोगद्वारा बराबर देखाउछन् ।
- आसन्न कोणहरू बीचको सम्बन्ध र शीर्षाभिमुख कोणहरू बीचको सम्बन्ध प्रयोग गरी साधारण समस्या हल गर्न ।

सामग्री

कार्डबोर्डमा कैची, ज्यामितीय औजार वाकस बनाउने दुईओटा सरल रेखाहरू आपसमा काटिदा बनेका शीर्षाभिमुख कोणहरू, आसन्न कोणहरूको चार्ट ।

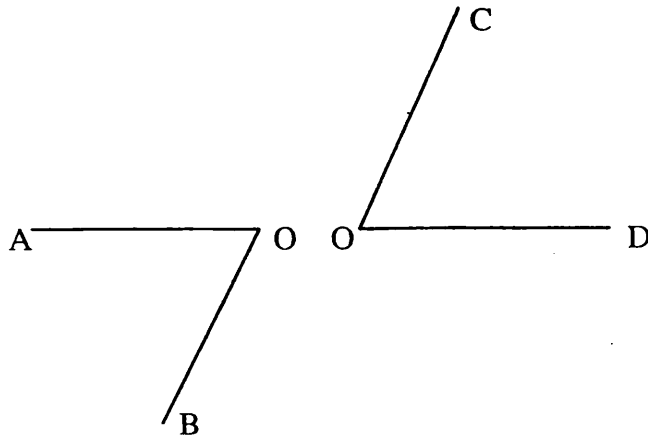


चित्र नं. 1

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) माथिको चित्र नं. 1 को जस्तो चार्ट विद्यार्थीहरूलाई अवलोकन गर्न लगाउने । शीर्षाभिमुख कोणहरू कुन-कुन हुन भन्ने प्रश्न माथि छलफल गराउने र निष्कर्ष वताउने । जस्तै $\angle AOB$ र $\angle COD$ शीर्षाभिमुख कोणहरू हुन् ।
- (ख) कैचीको प्रयोग गरी $\angle AOB$ र $\angle COD$ लाई चित्रमा देखाइए जस्तै गरी छुट्टाएर देखाउने ।



(ग) $\angle AOB$ को टुक्रा र $\angle COD$ लाई खप्दयाएर विद्यार्थीहरूलाई देखाउने र विद्यार्थीहरूसँग प्रश्न गर्ने :- के यी कोणहरू बराबर छन् त ?

(घ) फरक फरक नापका अरू दुईओटा चित्रहरू बनाई माथिको प्रयोग दोहोर्‍याउने र यी प्रयोगहरूको आधारमा के निष्कर्ष निकाल्न सक्छौ त ? भनी छलफल गराउने र निम्न निष्कर्ष लेखिदिने ।

निष्कर्ष :- “दुईओटा रेखाहरू वा रेखाखण्डहरू एक आपसमा काटिदा बनेका शीर्षाभिमुख कोणहरू बराबर हुन्छन् ।”

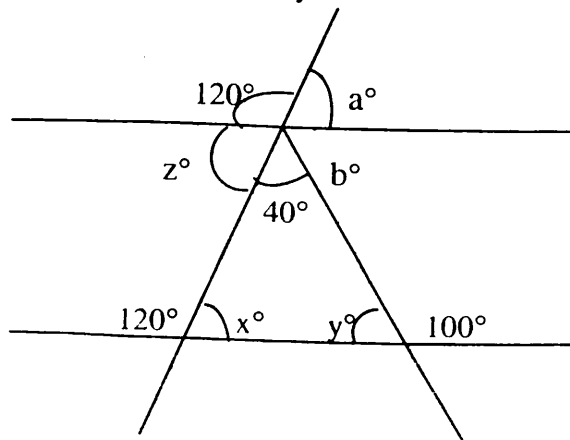
क्रियाकलाप 2

अघिल्ला कक्षाहरूमा नै उल्लेख गरिसकेका निम्न कोणहरू तथा तिनीहरूको सम्बन्धको बारेमा विद्यार्थीहरूलाई प्रश्नोत्तर तथा छलफल विधिको आधारमा स्मरण गराउने ।

- आसन्न कोणहरू
- समपूरक कोणहरू
- परिपूरक कोणहरू
- सरल कोण

अभ्यास 13 (क) का केही समस्याहरूको हल

4 (ड) तलका चित्रहरूका आधारमा a° , b° , c° , x° , y° र z° का मानहरू पत्ता लगाउ ।



$$x^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\text{or } x^\circ = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\text{or } x^\circ = 60^\circ$$

सरल कोण = 180° हुने भएकोले ।

त्यस्तै गरी,

$$y^\circ + 100^\circ = 180^\circ$$

$$\text{or } y^\circ = 180^\circ - 100^\circ$$

$$\text{or } y^\circ = 80^\circ$$

$$z^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\text{or } z^\circ = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\text{or } z^\circ = 60^\circ$$

$$a^\circ = z^\circ$$

(शीर्षाभिमुख कोणहरू बराबर हुने भएकोले)

$$a^\circ = 60^\circ$$

$$a = 60^\circ$$

$$a^\circ + b^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

(सरल कोणको जोड 180° हुने भएकोले)

$$60^\circ + b^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$b^\circ + 100^\circ = 180^\circ$$

$$b^\circ = 180^\circ - 100^\circ$$

$$b^\circ = 80^\circ$$

प्रश्न नं. (6) यदि $9x^\circ$ र $6x^\circ$ एकअर्काका समपूरक कोणहरू भए ती कोणहरू निकाल ।

समाधान

समपूरक कोणहरूको जोड 90° हुने भएकोले

$$9x^\circ + 6x^\circ = 90^\circ$$

$$15x^\circ = 90^\circ$$

$$x^\circ = \frac{90^\circ}{15}$$

$$x^\circ = 6^\circ$$

अतः ती कोणहरू $9x^\circ = 9 \times 6^\circ = 54^\circ$ र

$$6x^\circ = 6 \times 6^\circ = 36^\circ$$

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

1. रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काट्दा बन्ने सङ्गत कोणहरू, एकान्तर कोणहरू र क्रमागत भित्री कोणहरू पत्ता लगाउन ।
2. दुईओटा समानान्तर रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काट्दा बन्ने एकान्तर कोणहरू बराबर हुन्छन्, क्रमागत भित्री कोणहरूको योग दुई समकोण हुन्छ र सङ्गत कोणहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रयोगद्वारा परीक्षण गर्न ।

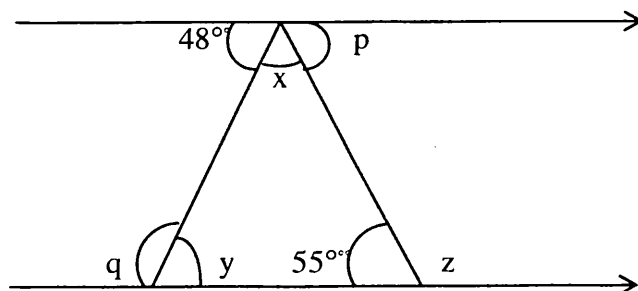
सामग्री

1. कार्डबोर्डमा बनाइएका निम्नलिखित चार्टहरू ।
 - दुई ओटा रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काट्दा बनेका कोणहरू उल्लेख गरिएको ।
 - दुईओटा समानान्तर रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काट्दा बनेका कोणहरू उल्लेख गरिएको ।
2. ज्यामितीय औजार वाकस ।

शिक्षण सिकाइ क्रियापलाप

1. चार्टहरू देखाई, रेखा, रेखाहरू, समानान्तर रेखाहरू, छेदक र दुईओटा रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काट्दा बनेका एकान्तर कोणहरू, सङ्गत कोणहरू र क्रमागत भित्री कोणहरूको बारेमा छलफल गराई स्मरण गराउने ।
 2. पाठ्यपुस्तकमा उल्लेख गरिएको क्रियाकलाप 1 प्रश्नोत्तर विधि अनुसार छलफल गराउने ।
 3. अभ्यास 13 (ख) का केही समस्याहरूको हल ।
5. तलका प्रत्येक अवस्थामा p, q, x, y र z का मान पत्ता लगाऊ ।

(ख)



$$y = 48^\circ$$

$$p = 55^\circ$$

$$48^\circ + x + p = 180^\circ$$

$$48^\circ + x + 55 = 180^\circ$$

$$x + 103^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 103^\circ$$

$$x = 77^\circ$$

दुईओटा समानान्तर रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काट्दा बनेका
एकान्तर कोणहरू
माथिको जस्तै
सरल कोण

$$q + 48^\circ = 180^\circ$$

$$q = 180^\circ - 48^\circ$$

$$q = 32^\circ$$

$$z + 55^\circ = 180^\circ$$

$$z = 180^\circ - 55^\circ$$

$$z = 25^\circ$$

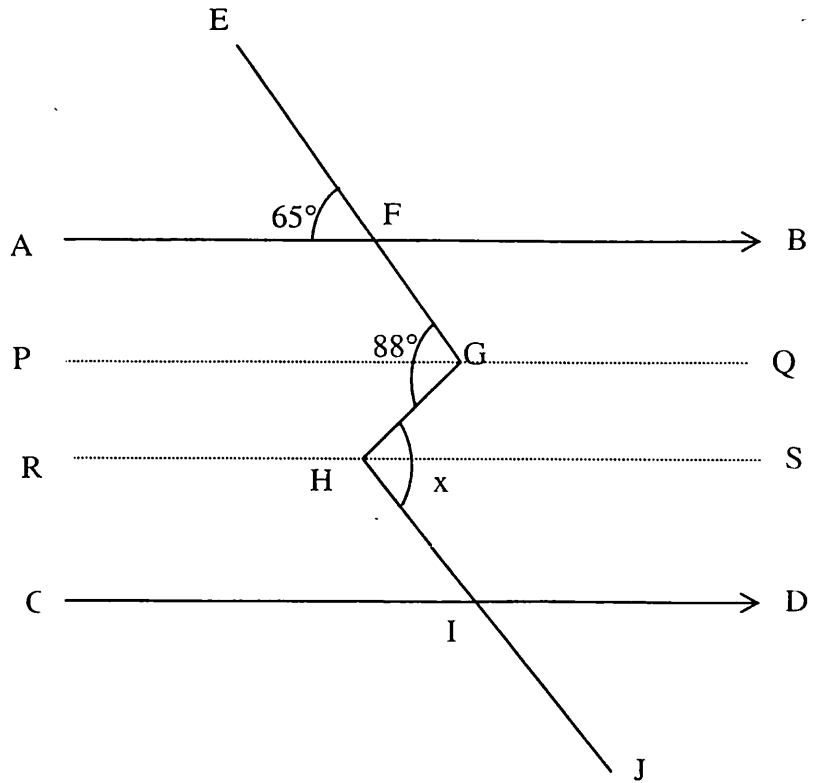
(घ)

चित्रमा देखाइएभैं

A, B, C, नामहरू राख्ने

AB र CD सँग समानान्तर हुने
गरी PQ र RS खिच्ने ।

दुईओटा समानान्तर रेखाहरूलाई एउटा रेखाले काट्दा बनेका
क्रमगत भित्री कोणहरूको जोड



$$1) \angle BFG = 65^\circ$$

$$2) \angle FGP = 65^\circ$$

$$3) \angle PGH = 88^\circ - 65^\circ \\ = 23^\circ$$

$$4) \angle GHS = 23^\circ$$

$$5) \angle HID = 150^\circ$$

$$6) \angle SHI + \angle HID = 180^\circ$$

$$\angle SHI + 150^\circ = 180^\circ$$

$$\angle SHI = 180^\circ - 150^\circ$$

$$\angle SHI = 30^\circ$$

$$x = \angle GHS + \angle SHI$$

$$= 23^\circ + 30^\circ$$

$$= 53^\circ$$

शीर्षाभिमुख कोणहरू

समानान्तर रेखाहरू AB र PQ लाई छेदकले काट्दा एकान्तर
कोणहरू

(2) को कारण जस्तै

शीर्षाभिमुख कोणहरू

समानान्तर रेखाहरू RS र CD लाई छेदकले काट्दा बनेका
क्रमगत भित्री कोणहरूको जोड

अभ्यास 13 (ख) का केही समस्याहरू कक्षा कोठामा समूह कार्यको रूपमा गर्न दिने ।

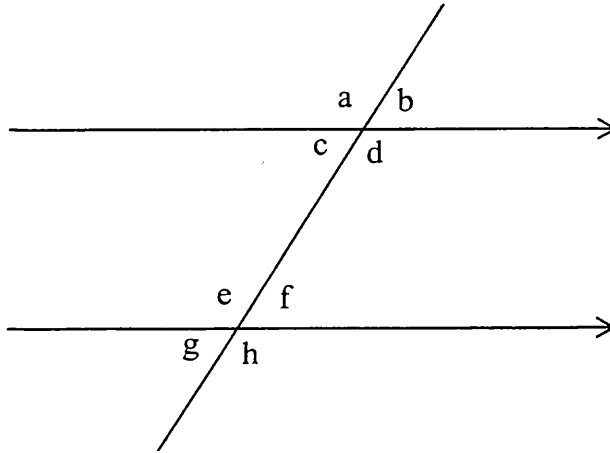
गृहकार्य :- अभ्यास 13 (ख) का बाँकी समस्याहरू

निर्देशन :- त्सस अभ्यासका विद्यार्थीहरूले हल गर्न नसकेका समस्याहरू छलफल र प्रश्नोत्तर विधिद्वारा हल गरिदिने ।

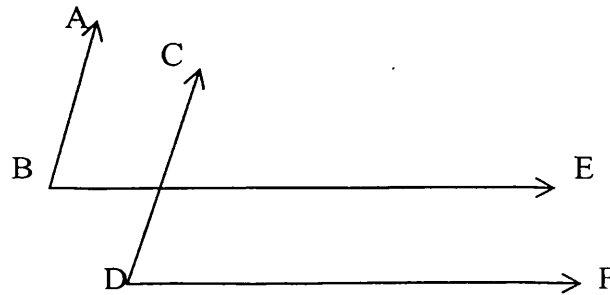
थप समस्याहरू

निम्न लिखित समस्याहरू विद्यार्थीहरूलाई गृहकार्यको रूपमा दिने ।

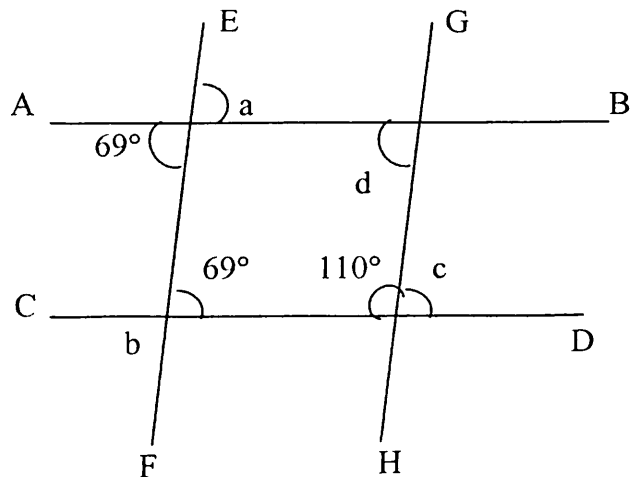
1. यदि $c = 50^\circ$ छ भने कोणहरू a, b, d, e, f, g, h का मान निकाल ।



2. संगैको चित्रमा $AB \parallel CD$ र $BE \parallel DF$ छन्, यदि $\angle CDF = 64^\circ$ छ भने $\angle ABE$ को मान पत्ता लगाऊ ।



3. संगैको चित्रमा a, b, c र d का मानहरू पत्ता लगाऊ ।



थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

1. कम्पासको प्रयोगद्वारा 75° , 105° , 150° र 165° कोणहरू खिचन ।
2. खिचिएका कोणहरू चाँद प्रयोग गरी नाप्न ।

शैक्षिक सामग्री

ज्यामितीय औजार वाकस, कार्डबोर्डमा विभिन्न कोणहरू खिचिएका चार्टहरू, आदि

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

1. चार्टहरू देखाएर अघिल्लो कक्षामा गराइसकेका कोणहरू (60° , 120° , 30° र 90°) को रचना गर्न लगाई स्मरण गराउने ।
2. खिचेका कोणहरूलाई चाँद प्रयोग गरी जाँचन लगाउने ।
3. 75° , 105° , 150° र 165° का कोणहरूको रचना पाठ्यपुस्तकमा उल्लेख गरिएका चरण अनुसार गर्दै विद्यार्थीहरूलाई गर्न लगाउने र अवलोकन गर्ने ।

थप समस्याहरू

1. 150° को कोण खिच, त्यसलाई आधा गर र नापेर लेख ।
2. एउटा रेखाखण्ड XY का बिन्दुहरू A र B लेऊ । बिन्दु A मा A को दायाँतिर 165° को कोण बनाउने रेखा AP खिच र बिन्दु B को बायाँतिर 165° को कोण बनाउने रेखा BQ खिच । के AP र BQ समानान्तर छन् ? छैनन् भने किन ? कारण देऊ ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

के प्रत्येक त्रिभुजका सबै कोणहरू बराबर छन् ?

छलफल गराउने र निष्कर्ष लेख्न लगाउने ।

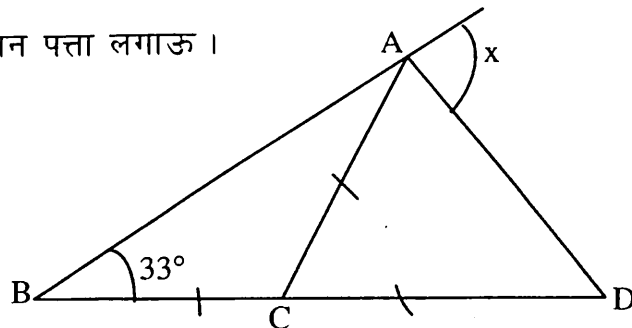
अभ्यास 14 का केही समस्याहरू कक्षामा गर्न लगाउने, केही गरिदिने र बाँकी गृहकार्य दिने, अवलोकन गर्ने ।

थप समस्याहरू

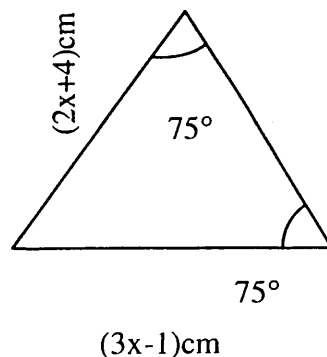
निम्न लिखित समस्याहरू विद्यार्थीहरूलाई गृहकार्यका रूपमा दिने ।

1. $BC = 7\text{cm}$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle C = 75^\circ$ भएको एउटा त्रिभुजको रचना गर । भुजा AB र AC नापेर हेर । के तिनीहरू बराबर छन् ? यसबाट के निष्कर्ष निकाल्न सक्छौ, लेख ।

2. संगैको चित्रमा x को मान पत्ता लगाऊ ।



3. संगैको चित्रमा x को मान पत्ता लगाऊ ।



थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

नियमित बहुभुजका भित्री र बाहिरी कोणहरू (Interior and Exterior Angles of a Regular Polygon)

शिक्षण घन्टी : 9

एकाइ उद्देश्य

नियमित बहुभुजका भित्री र बाहिरी कोणहरू निकाल्न ।

पाठ 1

नियमित बहुभुजका भित्री र बाहिरी कोणहरू

उद्देश्य

1. नियमित र अनियमित बहुभुज छुट्याउन ।
2. नियमित बहुभुजका भित्री र बाहिरी कोणहरू पत्ता लगाउन ।

शैक्षिक सामग्री

कार्डवोर्ड, कैंची, ज्यामितीय औजार वाकस कार्डवोर्डमा विभिन्न नियमित तथा अनियमित बहुभुजहरूको चित्र बनाइएको चार्ट ।

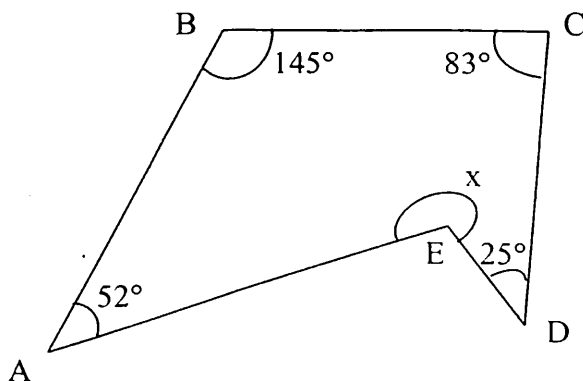
शिक्षण सिकाइ नमुना क्रियाकलाप

1. विभिन्न बहुभुजहरू (नियमित तथा अनियमित) खिची वा चार्टहरू देखाई तिनीहरूका भुजाहरू तथा कोणहरू नाप्न लगाउने । छलफल गराई नियमित तथा अनियमित बहुभुजको परिभाषा दिने ।
2. बहुभुजहरूका भित्री तथा बाहिरी कोणहरूमा छलफल गराई पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 125, 126 मा उल्लिखित क्रियाकलाप 1 र 2 गराउने ।

अभ्यास 15 (क) का केही समस्याहरूको हल ।

4. दिइएका बहुभुजहरूमा x को मान निकाल ।

(ख)



A, B, C, D, E नाम दिने ।

निम्न प्रश्नहरू गरी छलफल गर्ने ।

माथि दिइएको बहुभुजका कतिओटा भुजाहरू छन् यसलाई के भनिन्छ ?

पञ्चभुजका भित्री कोणहरूको जोड कति हुन्छ ?

भुजाको सङ्ख्या $(n) = 5$

बहुभुजका भित्री कोणहरूको जोड

$$= (n - 2) \times 180^\circ$$

पञ्चभुजका भित्री कोणहरूको जोड

$$= (5 - 2) \times 180^\circ$$

$$= 3 \times 180^\circ$$

$$= 540^\circ$$

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 540^\circ$$

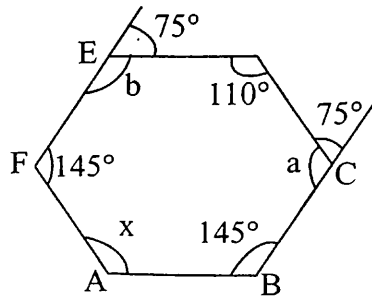
$$\text{or, } 52^\circ + 145^\circ + 83^\circ + 25^\circ + x = 540^\circ$$

$$\text{or, } 305^\circ + x = 540^\circ$$

$$\text{or, } x = 540^\circ - 305^\circ$$

$$x = 135^\circ$$

4.(ड)



A, B, C, D, E, F, a, b नामहरू दिने ।

निम्न प्रश्नगरी छलफल गराउने ।

माथि दिइएको बहुभुजका कतिओटा भुजाहरू छन् ?

षट्भुजका जम्मा कोणहरूको जोड कति हुन्छ ?

कोणहरू a र b कसरी निकाल्ने होला ?

$$a + 75^\circ = 180^\circ \quad \text{सरल कोण}$$

$$\text{or, } a = 180^\circ - 75^\circ$$

$$\text{or, } a = 105^\circ$$

त्यसरी नै $b = 105^\circ$ विद्यार्थीहरूलाई निकाल्न लगाउने ।

$$\text{बहुभुजका भित्री कोणहरूको जोड} = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\text{षट्भुजका भित्री कोणहरूको जोड} = (6-2) \times 180^\circ$$

$$= 4 \times 180^\circ$$

$$= 720^\circ$$

$$x + 145^\circ + a + 110^\circ + b + 145^\circ + = 720^\circ$$

$$\text{or, } x + 145^\circ + 105^\circ + 110^\circ + 105^\circ + 145^\circ = 720^\circ$$

$$\text{or, } x + 610^\circ = 720^\circ$$

$$\text{or, } x = 720^\circ - 610^\circ$$

$$x = 110^\circ$$

द्रष्टव्य :

अभ्यास 15 (क) का केही समस्याहरू कक्षामा गर्न लगाएर अवलोकन गर्ने बाँकी समस्याहरू गृहकार्य दिने र अवलोकन गर्ने । विद्यार्थीले समाधान गर्न नसकेका समस्याहरू छलफल गराई कक्षामा गर्ने वा गर्न लगाउने ।

थप समस्याहरू

1. भित्री कोणहरूको जोड 1080° भएको बहुभुजको भुजाको सङ्ख्या कति होला ?
2. एउटा पञ्चभुजका भित्री कोणहरूका अनुपात $1 : 2 : 3 : 4 : 5$ छ भने ती कोणहरूको मान डिग्रीमा पत्ता लगाऊ ।
3. एउटा नियमित बहुभुजको भित्रीकोण 150° को छ भने बाहिरी कोण पत्ता लगाऊ ।
4. यदि एउटा नियमित बहुभुजको भित्री कोण बाहिरी कोणको पाँच गुणा हुन्छ भने सो बहुभुजको भुजाको सङ्ख्या पत्ता लगाऊ ।
5. यदि एउटा षट्भुजका कोणहरू $6x, 8x, 8x, 6x, 4x$ र $4x$ छन् भने x को मान पत्ता लगाऊ ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

1. पाइथागोरस ट्रिपल पत्ता लगाउन ।
2. पाइथागोरस साध्यको प्रयोग गरी समकोण त्रिभुजसम्बन्धी साधारण समस्याहरू समाधान गर्न ।
3. समकोण त्रिभुजमा कर्ण, लम्ब र आधारको सम्बन्ध देखाउन ।

शैक्षिक सामग्री

ज्यामितीय औजारहरू, कार्डबोर्ड, कैंची, कागज, जियो बोर्ड, आदि ।

पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 130 मा उल्लिखित क्रियाकलाप 1 मा बनाइएका चित्रहरूको ठूलो चार्ट, विभिन्न प्रकारका त्रिभुजहरू बनाइएको चार्ट

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

1. विभिन्न प्रकारका त्रिभुजहरू बनाइएको चार्ट देखाई, तिनीहरूका कोणहरू अनुमान गर्न लगाएर वा नाप्न लगाएर समकोण त्रिभुजको आकार तथा परिभाषा स्मरण गर्न लगाउने ।
2. चार्ट देखाएर, एकाइ वर्गहरू गन्ती गर्न लगाई पाठ्यपुस्तकको क्रियाकलाप 1 परीक्षण गर्न लगाउने ।
3. परीक्षणबाट निष्कर्ष लेख्न लगाउने र छलफल गराई पाइथागोरस साध्यको परिचय दिने ।
4. समकोण त्रिभुजको कर्णमा बनेको वर्ग, लम्ब र आधारमा बनेका वर्गहरूको योगफलसँग बराबर हुन्छ भन्ने तथ्य कागज काटेर पनि परीक्षण गर्न लगाउने ।
5. छलफल गराई $h^2 = p^2 + b^2$ वाट $p^2 = h^2 - b^2$ र $b^2 = h^2 + p^2$ सम्बन्धहरू निकाल्न लगाउने ।

अभ्यास 15 (ख) का केही समस्याहरूको हल

प्रश्न नं. 6.

सँगैको त्रिभुज ABC समद्विबाहु त्रिभुज हो ।

A वाट BC मा लम्ब AD खिचेको छ । यदि

आधार BC = 8 cm र AB = AC = 9 cm भए

उचाइ AD को नाप कति होला ?

समाधान :

दिइएको, सँगैको चित्रमा,

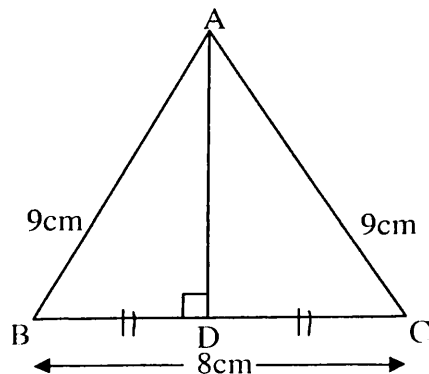
AB = AC = 9 cm, BC = 8 cm, AD = ?

ΔABC एउटा समद्विबाहु त्रिभुज भएकोले

उचाइ AD आधार BC को लम्बार्धक हुन्छ ।

BD = DC 4cm

समकोण ΔADB मा



$$p = AD = ?$$

$$b = BD = 4\text{cm}$$

$$h = AB = 9\text{cm}$$

पाइथागोरस साध्य अनुसार,

$$h^2 = p^2 + b^2$$

$$p = \sqrt{h^2 - b^2}$$

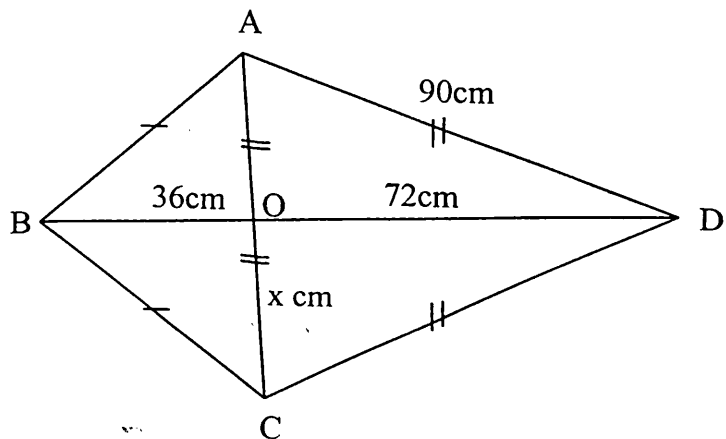
$$AD = \sqrt{(9\text{cm})^2 - (4\text{cm})^2}$$

$$= \sqrt{81\text{cm}^2 - 16\text{cm}^2}$$

$$AD = \sqrt{65} \text{ cm}$$

प्रश्न नं. 10

AC र BD काटिएको बिन्दुको नाम O दिने ।



समकोण $\triangle AOD$ मा

$$p = AO = ?$$

$$h = AD = 90\text{cm}$$

$$b = OD = 72\text{cm}$$

$$p = \sqrt{h^2 - b^2}$$

$$AO = \sqrt{(90\text{cm})^2 - (72\text{cm})^2}$$

$$= \sqrt{8100\text{cm}^2 - 5184\text{cm}^2}$$

$$= \sqrt{2916\text{cm}^2}$$

$$= 54\text{cm}$$

$$AO = 54\text{cm}$$

$$x = AO = 54 \text{ cm}$$

फेरी, समकोण $\triangle AOB$ मा

$$h = AB = ?$$

$$p = AO = 54 \text{ cm}$$

$$b = BO = 36 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{p^2 + b^2}$$

$$AB = \sqrt{(54\text{cm})^2 + (36\text{cm})^2}$$

(चङ्काका विकर्णहरू परस्पर समकोण हुने गरी काटिन्छन् ।)

(पाइथागोरस साध्य अनुसार)

(पाइथागोरस साध्य अनुसार)

$$= \sqrt{2916\text{cm}^2 + 1296\text{cm}^2}$$

$$= \sqrt{4212} \text{ cm}$$

$$= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 13} \text{ cm}$$

$$= 2 \times 3 \times 3 \sqrt{13} \text{ cm}$$

$$= 18\sqrt{13} \text{ cm}$$

$$y = 18\sqrt{13} \text{ cm}$$

थप समस्याहरू

1) तल दिइएका त्रिभुजका भुजाहरू मध्ये कुनकुन पाइथागोरस ट्रिपल हुन्, पत्ता लगाऊ ।

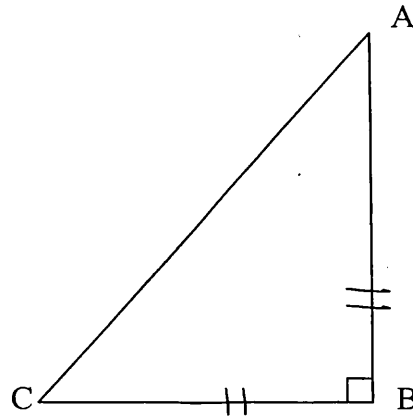
(a) 3, 4, 5 (b) 5, 6, 7 (c) 10, 24, 26 (d) 8, 17, 15

(e) x^2+y^2 , x^2-y^2 , $2xy$

2) सँगैको चित्रमा,

यदि $\triangle ABC$ समकोणी समद्विबाहु त्रिभुज हो भने प्रमाणित गर :

$$AC^2 = 2AB^2$$

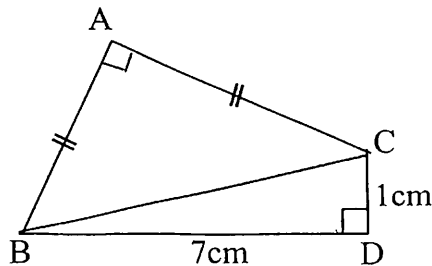


3) सँगैको चित्रमा, यदि

$$\angle A = \angle D = 90^\circ, AB = AC,$$

$$CD = 1 \text{ cm र } BD = 7 \text{ cm}$$

छ भने AB को मान पत्ता लगाऊ ।



थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

समानान्तर चतुर्भुज, आयात र वर्गका गुणहरूको परीक्षण (Verification of properties of Parallelogram, Rectangle and Square)

उद्देश्य

1. समानान्तर चतुर्भुजको परिभाषा दिन ।
2. समानान्तर चतुर्भुज, आयात र वर्ग बन्ने अवस्थाको पहिचान गर्न ।
3. समानान्तर चतुर्भुज (वर्ग आयात समेत) का गुणहरू नापद्वारा पत्ता लगाउने ।

शैक्षिक सामग्री

कार्डबोर्डमा समानान्तर चतुर्भुज, आयात र वर्गहरूको चित्र बनाइएको ठूलो चार्ट, ज्यामितीय औजार, कार्डबोर्ड, कागज, कैंची आदि ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

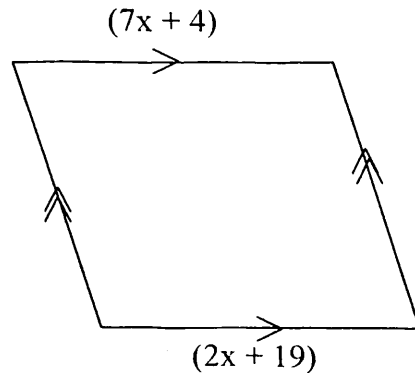
1. चार्ट देखाएर, छलफल गराई समानान्तर चतुर्भुज, आयात र वर्गको परिभाषा स्मरण गर्न लगाउने ।
2. सेट स्क्वाएरको प्रयोग गरी फरक-फरक नापका समानान्तर चतुर्भुजहरूको रचना गर्न लगाई पाठ्यपुस्तकमा उल्लिखित क्रियाकलाप नं. 12, 13 र 14 क्रमशः परीक्षण गर्न लगाउने ।
3. छलफल गराई निष्कर्ष लेख्न लगाउने र अवलोकन गर्ने ।
4. सेट स्क्वाएरको प्रयोग गरी फरक-फरक नापका आयातहरूको रचना गर्न लगाई पाठ्यपुस्तकमा उल्लिखित क्रियाकलाप 15 परीक्षण गर्न लगाउने ।
5. छलफल गराएर निष्कर्ष लेख्न लगाउने र अवलोकन गर्ने ।
6. सेट स्क्वाएरको प्रयोग गरी फरक-फरक नापका वर्गहरूको रचना गर्न लगाई पाठ्यपुस्तकमा उल्लिखित क्रियाकलाप 16 परीक्षण गर्न लगाउने ।
7. छलफल गराई निष्कर्ष लेख्न लगाउने र अवलोकन गर्ने ।
8. पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 15 (ग) का केही समस्याहरू छलफल गराई कक्षामा नै हल गर्ने, गर्न लगाउने र अवलोकन गर्ने ।
9. बाँकी समस्याहरू गृहकार्य दिने र अवलोकन गर्ने । विद्यार्थीहरूले समाधान गर्न नसकेका समस्याहरूमा आवश्यक निर्देशन दिने र छलफल गराई समूहमा समाधान गर्न लगाउने ।

अभ्यास 15 (ग) का केही समस्याहरूको हल

2 (ग)

समाधान

$x = ?$

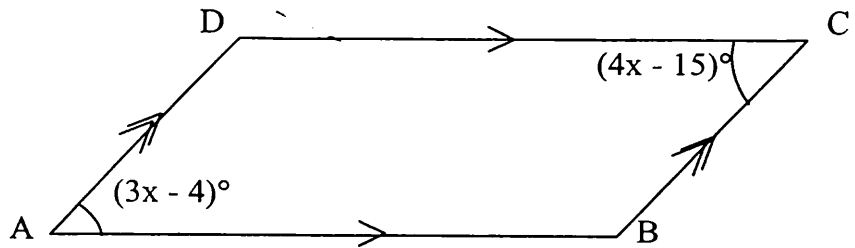


$$\begin{aligned}
7x + 4 &= 2x + 19 \\
\text{or, } 7x - 2x &= 19 - 4 \\
\text{or, } 5x &= 15 \\
\text{or, } x &= \frac{15}{5} \\
x &= 3
\end{aligned}$$

(समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू)

प्रश्न नं. 4 (क)

समाधान



A, B, C, D नाम दिने ।

$$\begin{aligned}
3x - 4 &= 4x - 15 \\
\text{or, } 3x - 4x &= -15 + 4 \\
\text{or, } -x &= -11 \\
\text{or } x &= 11
\end{aligned}$$

(समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू बराबर हुने भएकोले)

$$\begin{aligned}
\angle A &= (3x - 4)^\circ \\
&= (3 \times 11 - 4)^\circ \\
&= (33 - 4)^\circ \\
&= 29^\circ
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \angle A &= 29^\circ \\
\angle C &= (4x - 15)^\circ \\
&= (4 \times 11 - 15)^\circ \\
&= (44 - 15)^\circ \\
&= 29^\circ
\end{aligned}$$

$$\therefore \angle C = 29^\circ$$

$$\angle A + \angle D = 180^\circ$$

(समानान्तर रेखाहरूलाई छेदकले काट्दा बनेका क्रमागत भित्री कोणहरूको जोड 180° हुने भएकोले ।)

$$29^\circ + \angle D = 180^\circ$$

$$\angle D = 180^\circ - 29^\circ$$

$$\angle D = 151^\circ$$

$$\angle B = 151^\circ$$

(समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू बराबर हुने भएकोले)

वाँकी समस्याहरू गृहकार्य दिने र अवलोकन गर्ने ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

1. समलम्ब चतुर्भुजको रचना गर्न ।

शैक्षिक सामग्री

ज्यामितीय औजार वाकस, कार्डवोर्डमा विभिन्न आकार प्रकारका समलम्ब चतुर्भुजहरूका रचना गरिएको चार्ट ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप :-

1. विभिन्न चित्रहरू देखाई छलफलको आधारमा समलम्ब चतुर्भुजको परिभाषा स्मरण गराउने ।
2. पेज नं. 139-141 सम्मका उदाहरणहरू 1, 2 र 3 मा छलफल गर्ने र तिनीहरूमा उल्लिखित चरणहरू अनुसार रचना गराउने ।
3. अभ्यास 15 (घ) का समस्याहरू गृहकार्य दिने र अवलोकन गर्ने ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

अनुरूप र समरूप त्रिभुजहरू (Congruent and Similar Triangles)

शिक्षण घन्टी : 6

एकाइ उद्देश्य

अनुरूप र समरूप त्रिभुजसम्बन्धी साधारण समस्याहरू हल गर्ने ।

पाठ : 1

त्रिभुजहरूको अनुरूपताको परीक्षण (Test of Congruency of Triangles)

उद्देश्य

1. समरूप र अनुरूप त्रिभुजहरू छुट्याउन ।
2. दुई त्रिभुजमा भु. भु., भु. को. भु., को. भु. को. र स. क. भु. बराबर हुँदा अनुरूप हुन्छन् भनी परीक्षण गर्ने ।
3. अनुरूप त्रिभुजका सङ्गती भुजा र कोणहरू पत्ता लगाउन ।

शैक्षिक सामग्री

ज्यामितीय औजार बाक्स, एउटै व्यक्तिका अटो, पासपोर्ट र पोस्टकार्ड साइजका फोटोहरू, कार्डबोर्ड वा प्लाइउड काटेर बनाइएका विभिन्न नापका अनुरूप त्रिभुजहरू ।

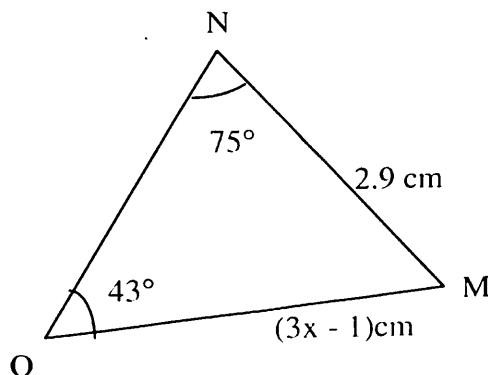
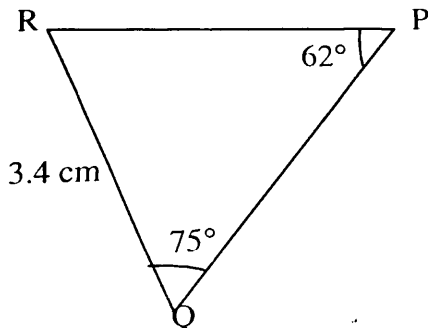
शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

1. तल चित्रमा देखाए जस्तै फोटोहरू देखाई छलफल गर्ने र समरूप त्रिभुजका परिभाषा स्मरण गराउने ।
2. कागजका विभिन्न आकारका अनुरूप त्रिभुजहरू देखाई छलफल गराउने र अनुरूप त्रिभुजको परिभाषा स्मरण गराउने र सङ्गती भुजाहरू र कोणहरूको बारेमा छलफल गर्ने ।
3. पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 142-143 मा उल्लिखित क्रियाकलाप 1 र 2 छलफल गराई समाधान गर्न लगाउने साथै कागज काटेर पनि परीक्षण गर्न लगाउने ।
4. ती परीक्षणहरूका आधारमा निष्कर्ष लेख्न लगाउने ।
5. अभ्यास 16 (क) को प्रश्न नं. 1 का समस्याहरू कक्षामा गर्न लगाउने ।

अभ्यास 16 (क) का केही समस्याहरूको समाधान

$$(x + 2.4)\text{cm}$$

2 (ग)



(त्रिभुजका भित्री कोणहरूको जोड 180° हुने हुने भएकोले)

$$\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$$

$$\text{or, } 62^\circ + 75^\circ + \angle R = 180^\circ$$

$$\text{or, } \angle R + 137^\circ = 180^\circ$$

$$\text{or, } \angle R = 180^\circ - 137^\circ$$

$$\text{or, } \angle R = 43^\circ$$

त्यस्तै,

$$\angle M + \angle N + \angle O = 180^\circ$$

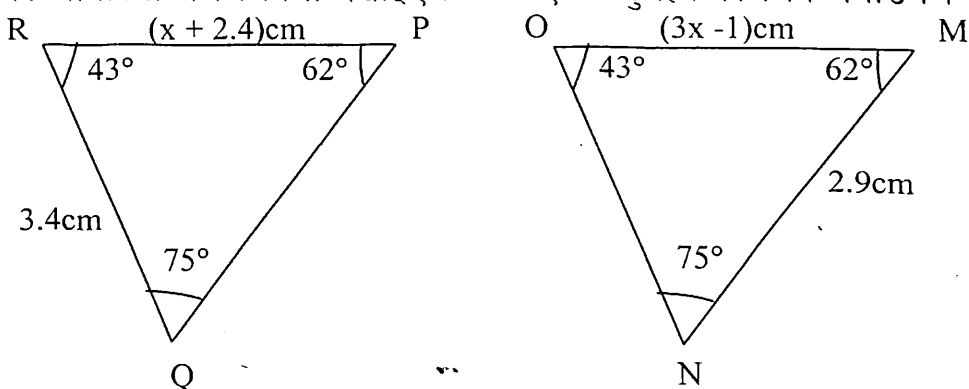
$$\text{or, } \angle M + 75^\circ + 43^\circ = 180^\circ$$

$$\text{or, } \angle M + 118^\circ = 180^\circ$$

$$\text{or, } \angle M = 180^\circ - 118^\circ$$

$$\angle M = 62^\circ$$

अब कोणहरूको आधारमा तल चित्रमा देखाइएभैं मिलाएर त्रिभुजहरूको चित्र बनाउने ।



$$PQ = MN = 2.9 \text{ cm}$$

$$(x + 2.4) \text{ cm} = (3x - 1) \text{ cm}$$

$$\text{or, } x - 3x = -1 - 2.4$$

$$\text{or, } -2x = -3.4$$

$$\text{or, } x = \frac{-3.4}{-2}$$

$$x = 1.7 \text{ cm}$$

$$PR = (x + 2.4) \text{ cm}$$

$$= (1.7 + 2.4) \text{ cm}$$

$$= 4.1 \text{ cm}$$

$$OM = (3x - 1) \text{ cm}$$

$$= (3 \times 1.7 - 1) \text{ cm}$$

$$= (5.1 - 1) \text{ cm}$$

$$= 4.1 \text{ cm}$$

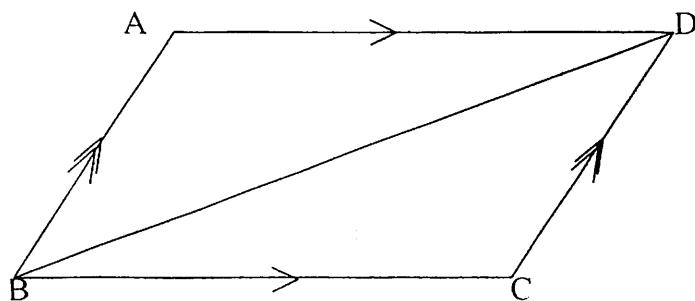
5) दिएको,

चतुर्भुज ABCD मा

$AD \parallel BC$, $AB \parallel DC$ र

BD विकर्ण हो ।

ΔABD र ΔCDB मा



1. $\angle ABD = \angle CBD$
2. $BD = BD$
3. $\angle ADB = \angle CDB$
4. $\triangle ABD \cong \triangle CDB$

$AB \parallel DC$ एकान्तर कोणहरू

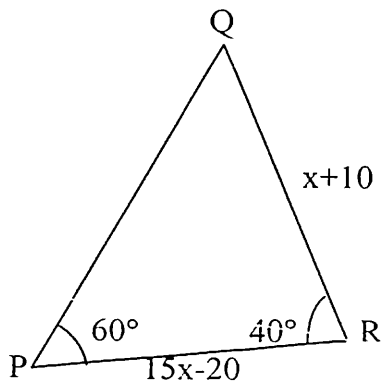
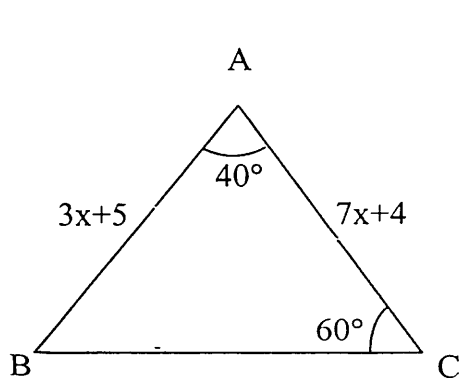
साझा भुजा

$AD \parallel BC$ भै वनेका एकान्तर कोणहरू

1, 2, र 3 वाट को. भु. को. तथ्य अनुसार

7. अभ्यास 16 (क) का बाँकी समस्याहरू गृहकार्यको रूपमा दिनुहोस् र अवलोकन गर्नुहोस् ।
थप समस्याहरू

1. यदि तल दिइएका त्रिभुजहरू अनुरूप छन् भने x को मान पत्ता लगाउ र थाहा नभएका भुजा तथा कोणहरूको मान पत्ता लगाउ ।



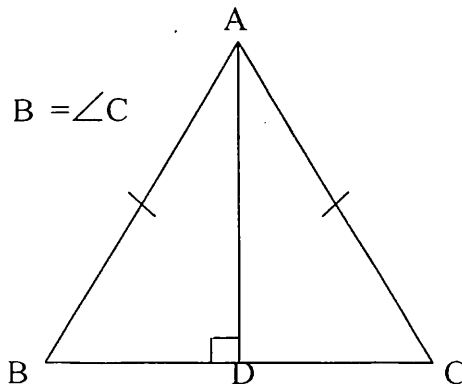
2. सँगैका चित्र $\triangle ABC$ मा यदि

$AB = AC$,

$AD \perp BC$ छ भने $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ $\angle B = \angle C$

हुन्छ भनी प्रमाणित गर ।

यसबाट के निष्कर्ष निकाल्न सक्छौ, लेख ।

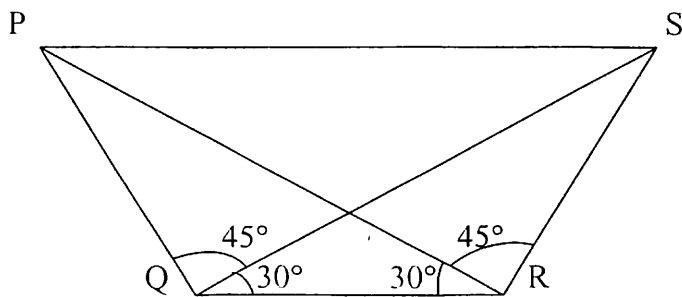


3. सँगैको चित्रमा,

के $\triangle PQR \cong \triangle QRS$ हुन्छ ?

हुन्छ भने कुन तथ्यको

आधारमा कसरी हुन्छ ?



थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

1. समरूप त्रिभुजहरूका भुजाहरूको अनुपात र गुणहरूको प्रयोगबाट भुजासम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्ने ।
2. समरूप त्रिभुजहरूको सङ्गती भुजाहरू पत्ता लगाउन र यस्ता भुजाहरूको अनुपात र कोणहरूको सम्बन्ध बराबर देखाउन ।

शैक्षिक सामग्री

ज्यामितीय औजार वाकस, कार्डबोर्ड वा प्लाइउड काटेर बनाइएका समरूप त्रिभुजहरू, विभिन्न फरक-फरक आकारका समरूप त्रिभुजहरू बनाइएको चार्ट आदि ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

1. विद्यार्थीहरूलाई चारओटा समूहहरूमा विभाजन गर्ने, प्रत्येक समूहलाई कार्डबोर्ड वा प्लाइउड काटेर बनाइएका एक-एक जोडी समरूप त्रिभुजहरू दिने र छलफल गराई सङ्गती भुजा र कोण पहिचान गर्न लगाउने ।
2. सङ्गती भुजाहरूको अनुपात निकाल्न लगाउने ।
3. पाठ्यपुस्तकमा दिइएको (पेज नं. 145) चित्र हेर्न लगाई तालिका भर्न लगाउने ।
4. माथिका क्रियाकलापबाट के निष्कर्ष निकाल्न सक्छौं ? भन्ने प्रश्नमा छलफल गराई निम्न निष्कर्ष लेखिदिने ।

“समरूप त्रिभुजहरूमा सङ्गत भुजाहरूको अनुपात र सङ्गत कोणहरू आपसमा बराबर हुन्छन् ।”

5. त्रिभुजहरू समरूप हुने तीन ओटा अवस्थाहरूको वारेमा छलफल गर्ने ।

अभ्यास 16 (ख) का केही समस्याहरूको समाधान

प्रश्न नं. 4. सँगैको चित्रमा,

दिइएको, $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

$AD = 15\text{cm}$

$DE = 10\text{cm}$

$BC = 25\text{cm}$

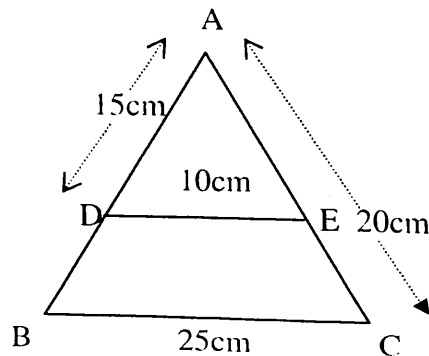
$AC = 20\text{cm}$, $AB = ?$ $AE = ?$

समरूप त्रिभुजका सङ्गती भुजाका अनुपातहरू बराबर हुने भएकोले,

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{AB}{15} = \frac{25}{10} = \frac{20}{AE}$$

पहिलो र दोस्रो अनुपात लिँदा



$$\frac{AB}{15} = \frac{25}{10}$$

$$\text{or, } AB = \frac{5}{2} \times 15$$

$$\therefore AB = 37.5 \text{ cm}$$

दोस्रो र तेस्रो अनुपातबाट

$$\frac{25}{10} = \frac{20}{AE}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{20}{AE}$$

$$5 AE = 20 \times 2$$

$$AE = \frac{20 \times 2}{5}$$

$$\therefore AE = 8 \text{ cm}$$

प्रश्न नं. 7. सँगैको चित्रमा

$$\Delta ABC \sim \Delta DBA \sim \Delta DAC$$

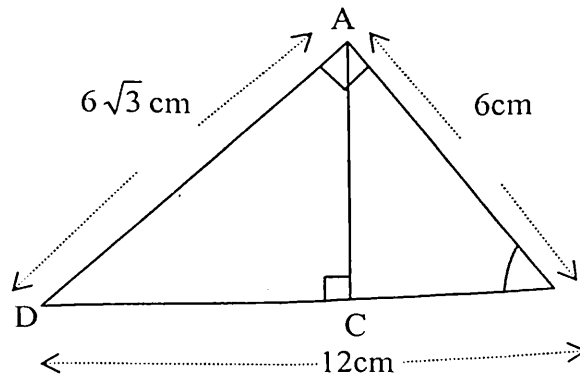
$$AB = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$BC = 12 \text{ cm र}$$

$$CA = 6 \text{ cm}$$

$$\angle BAD = ?, AD = ?$$

$$BD = ?, \text{ र } CD = ?$$



ΔABC मा,

$$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ \quad \text{त्रिभुजका तीनैओटा कोणहरूको जोड } 180^\circ \text{ हुने भएकोले}$$

$$90^\circ + \angle ABC + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\text{or, } 150^\circ + \angle ABC = 180^\circ$$

$$\text{or, } \angle ABC = 180^\circ - 150^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ$$

त्यस्तै गरी,

ΔABD मा,

$$\angle BAD + \angle ABD + \angle ADB = 180^\circ$$

$$\text{or, } \angle BAD + 30^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

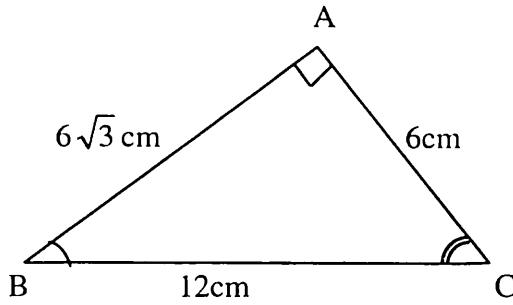
$$\text{or, } \angle BAD + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\text{or, } \angle BAD = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = 60^\circ$$

द्रष्टव्य :

$\triangle ABC \sim \triangle DBA$, $\triangle ABC$ र $\triangle DBA$ का छुट्टाछुट्टै चित्रहरू बनाएर बराबर कोणहरू र बराबर कोणका सम्मुख भुजाहरूको आधारमा सङ्गती कोणहरू र भुजाहरूको वारेमा छलफल गराउने ।



$$\frac{AD}{CA} = \frac{AB}{CB}$$

$$\frac{AD}{6} = \frac{6\sqrt{3}}{12}$$

$$\therefore AD = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

त्यस्तै,

$$\frac{BD}{BA} = \frac{AD}{CA}$$

$$\frac{BD}{6\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{6}$$

$$BD = 3\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$\therefore BD = 9 \text{ cm}$$

फेरि, $BD + CD = BC$

$$\text{or, } 9 \text{ cm} + CD = 12 \text{ cm}$$

$$\text{or, } CD = 12 \text{ cm} - 9 \text{ cm}$$

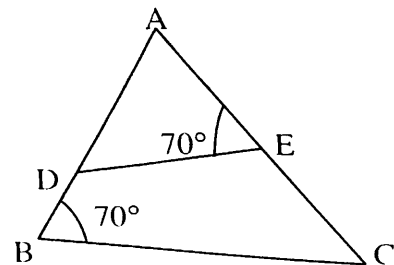
$$\therefore CD = 3 \text{ cm}$$

द्रष्टव्य :

अभ्यास 16 (ग) का केही समस्याहरू कक्षामा समूह कार्यको रूपमा गर्न दिई अवलोकन गर्ने र बाँकी समस्याहरू गृहकार्यको रूपमा दिई अवलोकन गर्ने साथै विद्यार्थीहरूका गल्ती कमजोरीहरू औल्याई सुधारन प्रोत्साहित गर्ने ।

अभ्यास 16 (ग) का केही समस्याहरूको समाधान

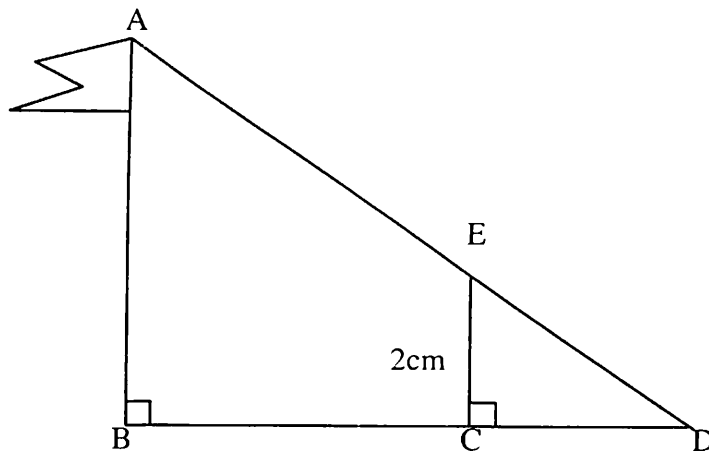
प्रश्न नं. 2 (ख)



ΔABC र ΔADE मा,
 $\angle ABC = \angle AED = 70^\circ$
 $\angle BAC = \angle DAE$
 $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

साझा कोण
 दुईजोडा कोणहरू बराबर भएकोले

प्रश्न नं. 4.



ΔABD र ΔECD मा,
 $\angle ABD = \angle ECD$
 $\angle ADB = \angle EDC$
 $\Delta ABD \sim \Delta ECD$
 प्रमाणित भयो ।

दुवै 90° भएकोले
 साझा कोण
 दुई जोडा कोणहरू बराबर भएकोले

समरूप त्रिभुजहरूका सङ्गती भुजाहरूको अनुपात बराबर हुने भएकाले,

$$\frac{AB}{EC} = \frac{BD}{CD}$$

$$\text{or, } \frac{AB}{2\text{m}} = \frac{15\text{m} + 3\text{m}}{3\text{m}}$$

$$\text{or, } AB = \frac{18\text{m}}{3\text{m}} \times 2\text{m}$$

$$\therefore AB = 12\text{m}$$

$$\therefore \text{भन्डाको उचाइ} = 12\text{m}$$

द्रष्टव्य :

अभ्यास 16 (ग) का केही समस्याहरू कक्षा कार्यको रूपमा गर्न लगाउने, बाँकी गृहकार्यको रूपमा दिई अवलोकन गर्ने ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

ठोस आकारहरू (Solids)

शिक्षण घन्टी : 5

एकाइ उद्देश्य

घन, षड्मुखा, वेलना, अक्टाहेड्रन, त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिडका जाली तयार गर्न ।

उद्देश्यको विशिष्टीकरण

1. विभिन्न ठोस वस्तुहरूको समूहबाट घन, षड्मुखा, वेलना, अक्टाहेड्रन डोडेकाहेड्रन, त्रिभुजाआकार प्रिज्म र पिरामिड छुट्याउन ।
2. माथि 1 नं का विभिन्न ठोस वस्तुका जाली तयार गर्न ।
3. प्रिज्म, वेलना, डोडेकाहेड्रन र अक्टाहेड्रनको विशेषता बताउन ।

शैक्षिक सामग्री

कागज काटेर तयार गरिएका विभिन्न ठोस वस्तुहरू (षड्मुखा, वेलना, अक्टाहेड्रन डोडेकाहेड्रन, त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिड) का नमुनाहरू वा ठोस वस्तुहरू, कागज, कैची, टेप, विभिन्न ठोस वस्तुहरूको चित्रहरू भएको चार्ट, ज्यामितीय औजार वाक्स, चकको वट्टा, डस्टर, आदि ।

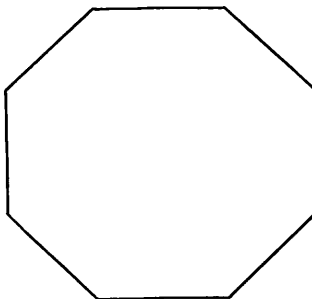
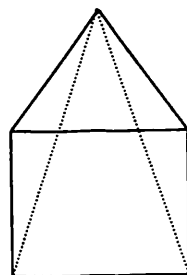
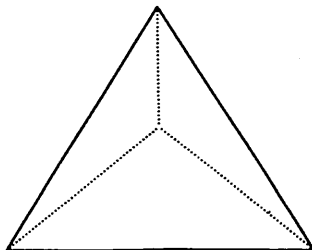
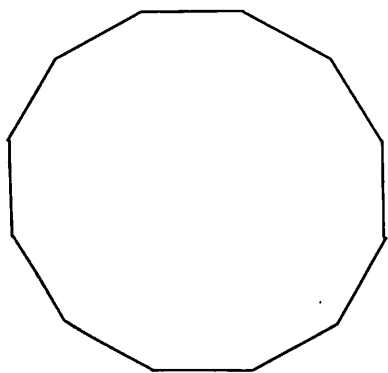
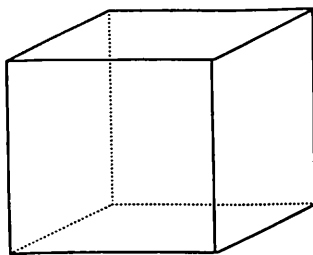
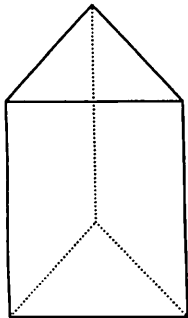
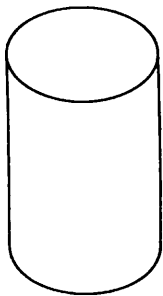
शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

1. विद्यार्थीलाई समूहमा विभाजन गरी प्रत्येक समूहलाई माथि उल्लिखित ठोस वस्तुहरूका एक एक सेट नमुनाहरू वितरण गर्ने र अध्ययन गर्न लगाउने ।
2. ठोस वस्तुहरूको चित्र भएको चार्ट सवै विद्यार्थीहरूले देख्ने ठाउँमा टाँस्ने र अवलोकन गर्न लगाउने ।
3. विद्यार्थीहरूलाई आ-आफ्नो घरमा भएका ठोस वस्तुहरूको नाम भन्न लगाउने र शिक्षकले बोर्डमा टिप्ने । कुन कुन वस्तुहरू :- घनाकार, षड्मुखाकार, वेलनाकार आदि छन् छलफल गराई छुट्याउन लगाउने । जस्तै:- दराज - षड्मुखाकार ड्रम - वेलनाकार आदि ।
4. घन, षड्मुखा, वेलना, अक्टाहेड्रन डोडेकाहेड्रन, त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिडका नमुनाहरू पालैपालो अवलोकन गर्न लगाई यिनीहरूका मोहडाहरू कतिओटा छन् मोहडाहरूको प्रकृत कस्तो छ, छलफल गराई निष्कर्ष बोर्डमा लेखिदिने ।
5. पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 150 र 151 मा उल्लिखित विभिन्न ठोस वस्तुहरूका जालीहरूका बारेमा छलफल गराई बनाउन लगाउने ।
6. अभ्यास 17 मा दिइएको प्रश्न अनुसार जाली तथा ठोस वस्तुहरूका नमुनाहरू कक्षामा बनाएर देखाउने र विद्यार्थीलाई पनि संगसंगै बनाउन लगाउने ।

थप समस्याहरू

निम्नलिखित प्रश्नहरू कक्षाकार्य वा गृहकार्यको रूपमा गर्न दिने र अवलोकन गर्ने ।

1. तलका ठोस वस्तुहरूको नाम लेख:-



२. लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ 6 cm भएको एउटा घनको जाली तयार गरी नमुना निर्माण गर ।
३. उचाइ 10 cm भएको एउटा बेलनाको जाली तयार गरी नमुना निर्माण गर ।
४. भुजाको लम्बाइ 8 cm भएको वर्गाकार आधार हुने पिरामिडको जाली तयार गर र नमुना निर्माण गर ।
५. त्रिभुजाकार प्रिज्म र अष्टाहोनाभकका विशेषताहरू लेख ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

परिमिति, क्षेत्रफल र आयतन (Perimeter, Area and Volume)

शिक्षण घन्टी : 5

एकाइ उद्देश्य

1. चतुर्भुजको परिमिति र क्षेत्रफल पत्ता लगाउन ।
2. त्रिभुजाकार पिज्जको क्षेत्रफल र आयतन पत्ता लगाउन ।
3. बेलनाको आयतन पत्ता लगाउन ।

पाठ : 1

परिमिती, क्षेत्रफल र आयतन (पुनरावलोकन)

उद्देश्य :

1. सामानान्तर चतुर्भुज र समलम्ब चतुर्भुजको परिमिति निकाल्न ।
2. विभिन्न किसिमका चतुर्भुजहरूका क्षेत्रफल निकाल्न ।

सामग्री :

कागज काटेर बनाइएको विभिन्न प्रकारका चतुर्भुजहरूका नमुनाहरू, विभिन्न प्रकारका चतुर्भुजहरू (वर्ग, आयत, समानान्तर, चतुर्भुज, समलम्ब चतुर्भुज) को चित्रहरू भएको चार्ट, कार्डबोर्ड, कैची ज्यामितीय औजार बाकस, त्रिभुज तथा विभिन्न प्रकारका चतुर्भुजका क्षेत्रफल तथा परिमिति निकाल्ने सूत्रहरू लेखिएको चार्ट, आदि ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप :

1. विभिन्न समतल सतहहरू (बेन्च, किताब, बोर्ड आदि) को परिमिति र क्षेत्रफलका वारेमा छलफल गराई धारणा स्मरण गराउने ।
2. चार्ट देखाई अघिल्ला कक्षाहरूमा गरिएका त्रिभुज, वर्ग, आयत, आदिका क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्रहरू स्मरण गराउने ।
3. चित्रमा देखाइए जस्तै कार्डबोर्ड काटेर बनाइएको समानान्तर चतुर्भुज सकभर सवै विद्यार्थीहरूलाई एउटा एउटा वितरण गर्ने र डटरेखामा पट्याउन लगाउने, शिक्षकले बोर्डमा पनि चित्र कोर्दै जाने । अब निम्न प्रश्न गरी छलफल गराउने ।

जम्मा कति ओटा त्रिभुजहरू बन्यो ?

के दुवैका आधारहरू (एउटाको AD, अर्कोको BC) वरावर छन् ?

उचाइ नि ?

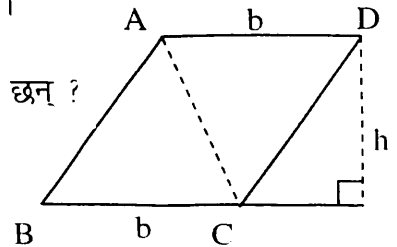
आधार (b) र उचाइ (h) भयो भने एउटा त्रिभुजको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

स.च. को क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}b \times h + \frac{1}{2}b \times h$ हुन्छ ?

$$= 2 \times \frac{1}{2}b \times h$$

$$= b \times h$$

यसरी स.च.को क्षेत्रफल $= b \times h$



(आधार × उचाइ)

भन्ने सूत्र वनाउन लगाउने ।

त्यस्तै गरी समलम्ब चतुर्भुजलाई कागज पट्याएर र चित्रमा देखाएर त्रिभुज र आयातमा विभाजन गरी क्षेत्रफल निकाल्न लगाउने र सूत्र वनाउन लगाउने ।

विभिन्न समतल चित्रहरूको परिमिति निकाल्ने समस्याहरू तथा स.च.र स.ल.च का क्षेत्रफल निकाल्ने समस्याहरू कक्षामा गर्न लगाउने ।

अभ्यास 18 (क) का केही समस्याहरूका समाधान

3 (क) नाम दिने र निम्न प्रश्न गरी छलफल गर्ने :

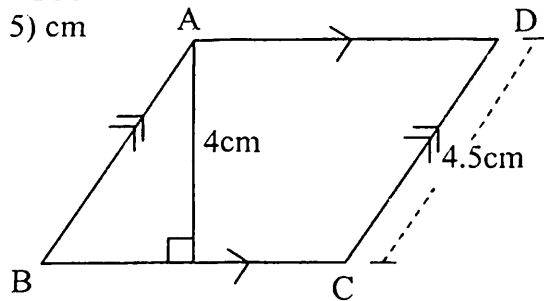
दिएको समानान्तर चतुर्भुजका भुजा AD र AB का नापहरू कति कति होलान् ? किन ?

$$\begin{aligned}\text{परिमिति (P)} &= AB + BC + CD + DA \\ &= (4.5 + 5 + 4.5 + 5) \text{ cm} \\ &= 19 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\text{आधार (b)} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{उचाइ (h)} = 4 \text{ cm}$$

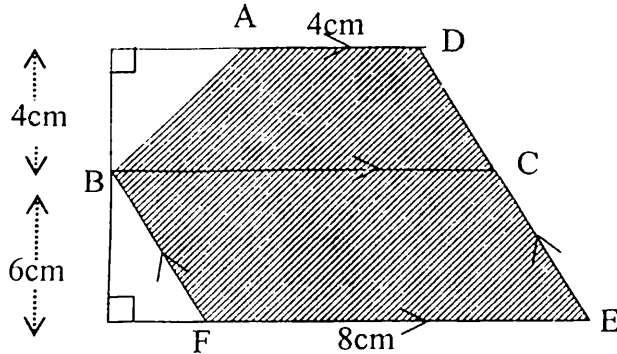
$$\begin{aligned}\text{क्षेत्रफल (A)} &= b \times h \\ &= 5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \\ &= 20 \text{ cm}^2\end{aligned}$$



5 (घ)

A, B, C, D, E, F

नाम दिने ।



रङ्गाइएको भागको क्षेत्रफल = स.ल.च. ABCD को क्षेत्र + स.च. BCEF को क्षेत्र

$$= \frac{1}{2} (\text{समानान्तर भुजाहरूको योग}) \times \text{उचाइ} + \text{आधार} \times \text{उचाइ}$$

$$= \frac{1}{2} (4 + 8) \times 4 + 8 \times 6$$

$$= 24 + 48$$

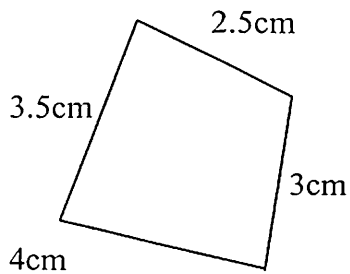
$$= 72$$

रङ्गाइएको भागको क्षेत्र = 72 cm^2

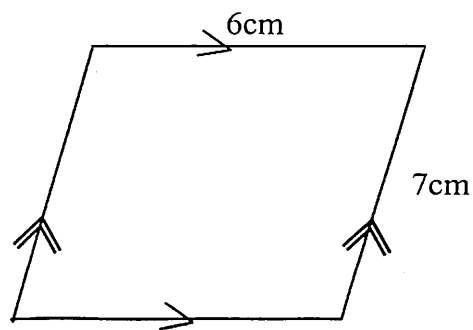
थप समस्याहरू

1. तल दिइएका चतुर्भुजहरूको परिमिति निकाल ।

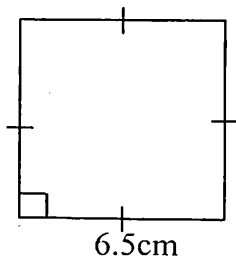
(क)



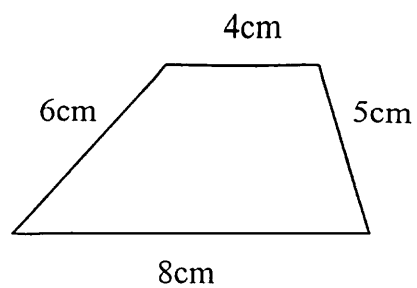
(ख)



(ग)

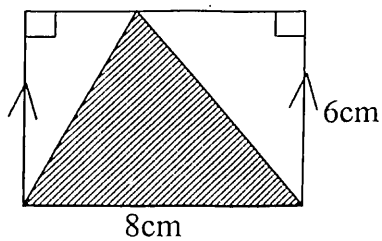


(घ)

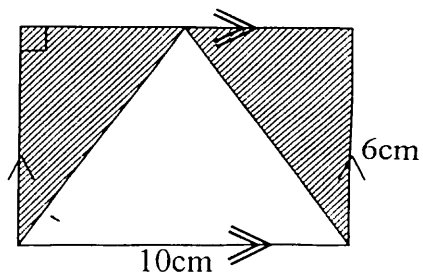


2. तलका चित्रहरूमा रङ्गाइएको भागको क्षेत्रफल निकाल ।

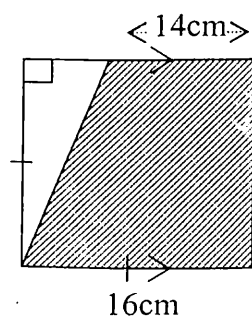
(क)



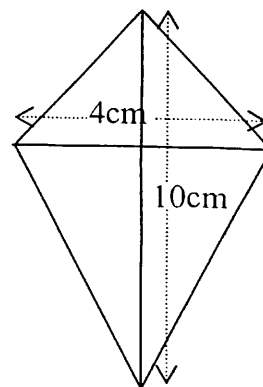
(ख)



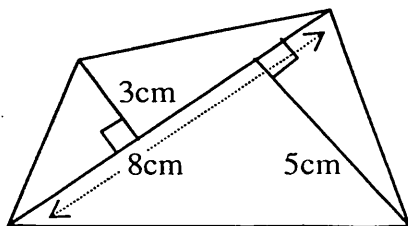
(ग)



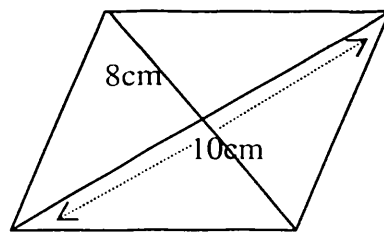
(घ)



(ड)



(च)



थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

पाठ : 2

बेलना र त्रिभुजाकार प्रिज्मको सतहको क्षेत्रफल (Surface Area of Cylinder and Triangular Prism)

उद्देश्य

1. बेलना र त्रिभुजाकार प्रिज्मको सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन ।
2. त्रिभुजाकार प्रिज्म र बेलनाको आयतन पत्ता लगाउन ।

शैक्षिक सामग्री

बेलना र त्रिभुजाकार प्रिज्मका ठोस नमुनाहरू, कागज काटेर तयार गरिएका नमुनाहरू, ज्यामितीय औजार बाकस ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

1. विद्यार्थीहरूलाई विभिन्न समूहमा विभाजन गरी प्रत्येक समूहलाई कागजका बेलना र त्रिभुजाकार प्रिज्मका नमुनाहरू दिने र पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 155 र 156 मा उल्लेख गरिएअनुसार छलफल गराई सतहका क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्रहरू निकाली दिने ।
2. पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 18 (ख) का केही समस्याहरू कक्षामा नै समाधान गर्ने र गर्न लगाउने, बाँकी समस्याहरू गृहकार्यको रूपमा दिई अवलोकन गर्ने ।

अभ्यास 18 (ख) का केही समस्याहरूको समाधान

प्रश्न नं. 3. बेलनाको,

$$\text{आधारको क्षेत्रफल} = 28.26\text{cm}^2$$

$$\text{उचाइ (h)} = 14\text{cm}$$

$$\text{पूरा सतहको क्षेत्रफल} = ?$$

$$\text{आधारको क्षेत्रफल} = 28.26\text{cm}^2$$

$$\text{or, } \pi r^2 = 28.26\text{ cm}^2$$

$$\text{or, } 3.14 \times r^2 = 28.26 \text{ cm}^2$$

$$\text{or, } r^2 = \frac{28.26 \text{ cm}^2}{3.14}$$

$$\text{or, } r^2 = 9 \text{ cm}^2$$

$$\text{or } r^2 = (3 \text{ cm})^2$$

$$\therefore r = 3 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{वेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल} &= 2\pi r(r+h) \\ &= 2 \times 3.14 \times 3(3+14) \\ &= 18.84 \times 17 \\ &= 320.28 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{वेलनाको पूरा सतहको क्षेत्रफल} = 320.28 \text{ cm}^2$$

8. वेलनाकार ट्युबलाइटको

$$\text{परिधि (c)} = 12.8 \text{ cm}$$

$$\text{लम्बाइ (l)} = 80 \text{ cm}$$

$$\text{वक्र सतहको क्षेत्रफल} = ?$$

$$\begin{aligned} \text{वेलनाको वक्र सतहको क्षेत्रफल} &= 2\pi r l \\ &= c \times l \\ &= 1024 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

प्रश्न नं. 2. (ग)

दिएको त्रिभुजाकार प्रिज्मको

पूरा सतहको क्षेत्रफल = ?

ΔABC मा $AD \perp BC$ खिचौं

समकोण ΔADB मा

$$h = AB = 5 \text{ cm}$$

$$b = BD = 4 \text{ cm}$$

$$p = AD = ?$$

पाइथागोरस साध्य अनुसार

$$p = \sqrt{h^2 - b^2}$$

$$= \sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$= \sqrt{25 - 16}$$

$$= \sqrt{9}$$

$$= 3$$

$$\therefore AD = 3 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{त्रिभुजको उचाइ (h)} = 3 \text{ cm}$$

$$\text{आधार त्रिभुजको क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \text{ आधार} \times \text{उचाइ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 8\text{cm} \times 3\text{cm}$$

$$= 12\text{cm}^2$$

त्रिभुजाकार प्रिज्मको पूरा सतहको क्षेत्रफल

= त्रिभुजको परिमिति $\times$ उचाइ + दुइओटा त्रिभुजको क्षेत्रफल

$$= (5 + 5 + 8) \times 12.8 + 2 \times 12$$

$$= 230.4 + 24$$

$$= 254.4 \text{ cm}^2$$

द्रष्टव्य :

अभ्यास 18 (ख) का बाँकी समस्याहरू छलफल गराई समाधान गर्न लगाउने र वेलना र त्रिभुजाकार प्रिज्मको आयतन सम्बन्धी क्रियाकलाप गराउने ।

पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 158 र 159 मा उल्लिखित क्रियाकलाप 1 र 2 गराई वेलना र

त्रिभुजाकार प्रिज्मको आयतन निकाल्ने सूत्र निकाल्न लगाउने ।

अभ्यास 18 (ग) का केही समस्याहरूको समाधान

5. वेलनाकार इनारको आयतन $(v) = 452.16\text{m}^3$

$$\text{उचाइ } (h) = 4\text{m}$$

$$\text{आधार क्षेत्रफल } (A) = ?$$

$$\text{आयतन } (v) = 452.16 \text{ m}^3$$

$$\pi r^2 h = 452.16 \text{ m}^3$$

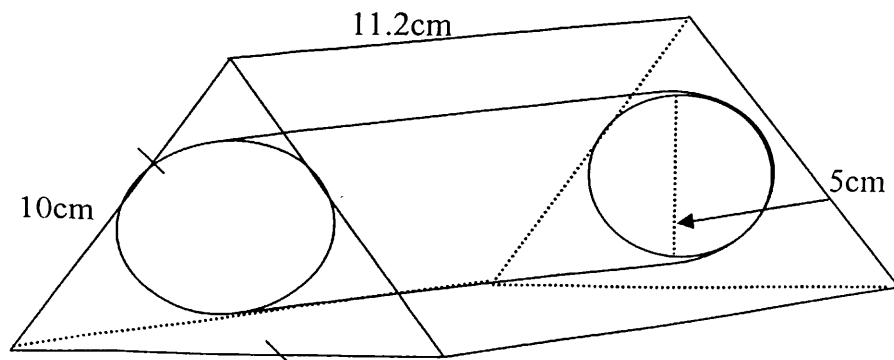
$$\text{or, } A \times 4\text{m} = 452.16 \text{ m}^3$$

$$\text{or, } A = \frac{452.16\text{m}^3}{4\text{m}}$$

$$= 113.04\text{m}^2$$

$$\therefore \text{आधारको क्षेत्रफल} = 113.04\text{m}^2$$

9. रङ्गाइएको भागको वा काठको मात्र आयतन = ?



प्रिज्मको आधार त्रिभुजको मात्र चित्र वनाउँदा

ΔABC मा $AD \perp BC$ खिचौ

$$BD = \frac{1}{2} BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 10\text{cm}$$

$$= 5\text{ cm}$$

समकोण $\triangle ADB$ मा पाइथागोरस साध्य अनुसार,

$$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2}$$

$$AD = \sqrt{10^2 - 5^2}$$

$$= \sqrt{100 - 25}$$

$$= \sqrt{75}$$

$$= 5\sqrt{3}\text{ cm}$$

आधार त्रिभुजको क्षेत्रफल,

$$A = \frac{1}{2} \text{ आ.} \times \text{उ.}$$

$$= \frac{1}{2} \times 10\text{cm} \times 5\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$= 25\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

त्रिभुजाकार प्रिज्मको आयतन (V_1)

= आधार त्रिभुजको क्षेत्रफल $\times$ उचाइ

$$= 25\sqrt{3}\text{ cm}^2 \times 11.2\text{cm}$$

$$= 43.30\text{ cm}^2 \times 11.2\text{ cm}$$

$$= 484.97\text{ cm}^3$$

वेलनाको आयतन (V_2)

$$= \pi r^2 h$$

$$= 3.14 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 11.2$$

$$= 3.14 \times 6.25 \times 11.2$$

$$= 219.8\text{cm}^3$$

$$\therefore \text{काठको मात्र आयतन} = V_1 - V_2$$

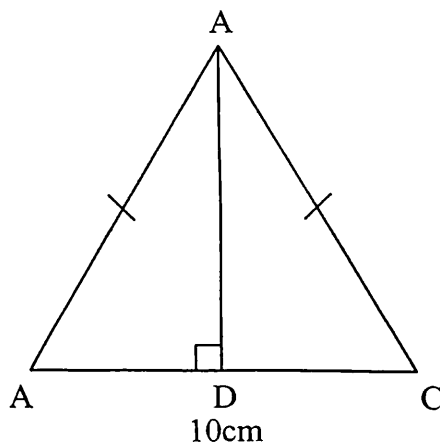
$$= 484.97\text{ cm}^3 - 219.8\text{cm}^3$$

$$= 265.17\text{ cm}^3$$

वाँकी समस्याहरू गृहकार्य दिने र अवलोकन गर्ने ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू वनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।



वृत्त (Circle)

एकाइ उद्देश्य

वृत्तको परिधि र व्यासको सम्बन्ध पहिचान गर्न र वृत्तको क्षेत्रफल निकाल्न ।

शिक्षण घन्टी : 3

पाठ 1

वृत्तको परिधि (Circumference of Circle)

उद्देश्य

1. वृत्ताकार समतलहरू चिन्न ।
2. वृत्तको केन्द्र, अर्धव्यास, व्यास, र परिधि चित्रमा नामकरण गर्न ।
3. अर्धव्यास र व्यासको सम्बन्ध पत्ता लगाउन ।
4. वृत्तको परिधि र व्यासको सम्बन्ध पत्ता लगाउन र π को मान निकाल्न ।
5. परिधिको सूत्र र विभिन्न वृत्तहरूको परिधि निकाल्न ।

शैक्षिक सामग्री

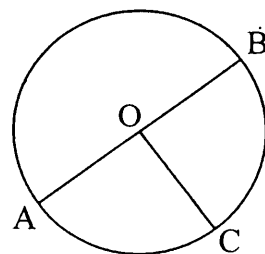
कार्डबोर्ड वा प्लाइका विभिन्न वृत्ताकार टुक्राहरू, कागज, कैंची, ज्यामितीय औजार वाकस कार्डबोर्डमा एउटा ठूलो वृत्त र यसका भागहरू औल्याई नाम उल्लेख गरिएको चार्ट, आदि ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

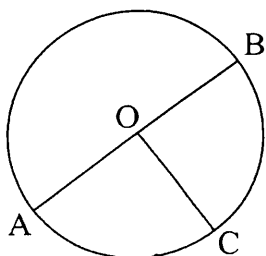
1. दायाँ चित्रमा देखाइए जस्तै एउटा वृत्तको रचना गर्ने र विद्यार्थीहरूलाई पनि गर्न लगाउने ।

अब निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गर्ने ।

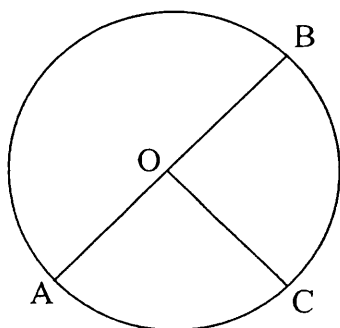
- (क) यो चित्रमा वृत्तको केन्द्र बिन्दु कुन हो ?
- (ख) अर्धव्यास, व्यास र परिधिका नाम केके हुन् ?
- (ग) अर्धव्यास OC लाई व्यास बनाउन के गर्नुपर्ला ?



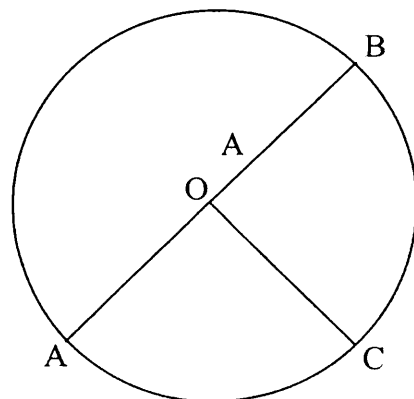
2. तल चित्रमा देखाइए भैं फरक-फरक अर्धव्यास भएका 3 ओटा वृत्तहरू रचना गर्न लगाउने ।



चित्र नं. 1



चित्र नं. 2



चित्र नं. 3

अब नापेर तलको तालिका भर्न लगाउने ।

चित्र नं.	अर्धव्यास 'OC'	व्यास 'AOB'
1.		
2.		
3.		

3. माथिको तालिकाबाट निष्कर्ष निकाल्न लगाउने र अर्धव्यास र व्यासको सम्बन्ध लेख्न लगाउने ।

4. पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 161 मा उल्लिखित क्रियाकलाप 1 गराउने र छलफल गराई निम्न तथ्य

$$\frac{c}{d} = 3.14 \text{ अथवा } \frac{c}{d} = \pi$$

अतः $c = \pi d = 2\pi r$ निकाल्न लगाउने ।

अभ्यास 19 (क) का केही समस्याहरूका समाधान

5. साइकलको पाङ्ग्राको

अर्धव्यास (r) = 50cm

500 चक्कर लगाउँदा पार गरेको दूरी = ?

1 km दूरी पार गर्न कम्तीमा कति चक्कर पार गर्नु पर्ला ?

$$\text{परिधि (C)} = 2\pi r$$

$$= 2 \times 3.14 \times 50 \text{ cm}$$

$$= 314 \text{ cm}$$

1 चक्कर लगाउदा पार गर्ने दूरी = 314cm

500 चक्कर लगाउदा पार गर्ने दूरी = $314 \times 500 \text{ cm}$

$$= 157000 \text{ cm}$$

$$= \frac{157000}{100} \text{ m}$$

$$= 1570 \text{ m}$$

फेरि,

314cm दूरी पार गर्न 1 चक्कर लाग्छ ।

$\frac{314}{100} \text{ m}$ दूरी पार गर्न 1 चक्कर लाग्छ ।

or, 3.14m दूरी पार गर्न 1 चक्कर लाग्छ ।

or, 1m दूरी पार गर्न $\frac{1}{3.14}$ चक्कर लाग्छ ।

or, 1000m दूरी पार गर्न 318.47 चक्कर लाग्छ ।
= 318.47

∴ 1 km दूरी पार गर्न कम्तीमा 319 चक्कर पार गर्नुपर्छ ।

7. गोलो रूखको फेदको वरिपरि बाँध्न लाग्ने डोरीको लम्बाइ = वृत्तको परिधि (c) = 5.809m

रूखको फेदको व्यास = वृत्तको वस (d) = ?

सूत्र,

$$c = \pi d$$

$$\text{or, } 5.809\text{m} = 3.14 \times d$$

$$\text{or, } \frac{5.809}{3.14}\text{m} = d$$

$$\text{or, } 1.85 = d$$

∴ सो रूखको फेदको व्यास = 1.85m

थप समस्याहरू

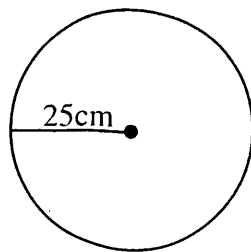
1. एउटा वृत्ताकार बगैँचाको व्यास र परिधिको फरक 150 m छ । यसको अर्धव्यास निकाल्नुहोस् ।
2. एउटा वृत्तको व्यास र परिधिको योगफल 11.6m छ भने अर्धव्यास र परिधि निकाल्नुहोस् ।

3. 25cm अर्धव्यास

भएको एउटा पाङ्गोले

200 चक्कर लगाउँदा

कति दूरी पार गर्ला ?



4. एउटा किलामा 5m लामो डोरीले एउटा बाखा बाँधिएको रहेछ । डोरी तन्कने गरी बाखाले एक चक्कर लगाउँदा कति दूरी पार गर्ला ?

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

वृत्तको क्षेत्रफल (Area of Circle)

उद्देश्य

1. वृत्तको क्षेत्रफलको सूत्र निकाल्न ।
2. वृत्तको क्षेत्रफल निकाल्न ।
3. क्षेत्रफल र परिधि मिश्रित समस्याहरू हल गर्ने ।

शैक्षिक सामग्री

कार्डबोर्ड काटेर तयार गरिएका वृत्तका नमुनाहरू ज्यामितीय औजार वाकस, कैंची, आदि ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

1. वृत्तको क्षेत्रफल भन्नाले के बुझिन्छ भनी छलफल गर्ने ।
2. पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 163 मा उल्लेख गरिएको क्रियाकलाप 2 समूहमा गर्न लगाई वृत्तको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र निकाल्न लगाउने ।
3. पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 19 (ख) का केही समस्याहरू कक्षा कार्यको रूपमा गर्न लगाउने र बाँकी समस्याहरू गृहकार्यको रूपमा दिई अवलोकन गर्ने ।

अभ्यास 19 (ख) का केही समस्याहरू समाधान

3. सोलीको पिँधको व्यास (d) = 6cm

सोलीको पिँधको क्षेत्रफल (A) = ?

सोलीको पिँधको अर्धव्यास (r) = $\frac{d}{2}$

$$= \frac{6}{2} \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

क्षेत्रफल (A) = πr^2

$$= 3.14 \times 3^2$$

$$= 28.26 \text{ cm}^2$$

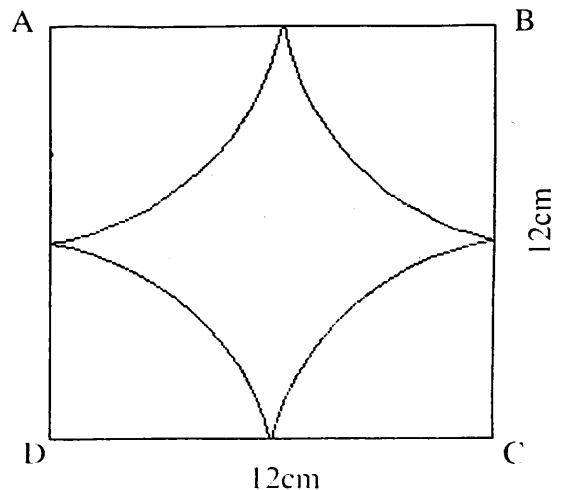
4. (ग) रङ्गाइएको भागको क्षेत्रफल = ?

A, B, C, D नाम दिने ।

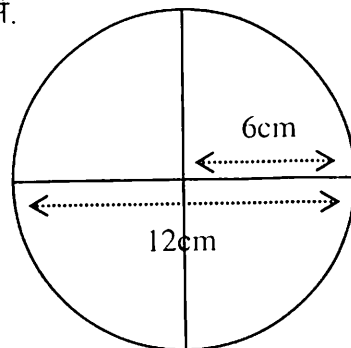
दायाँ चित्रमा देखाइएभैं चार ओटा खाली भाग (नरङ्गाएको) लाई एकै ठाउँमा मिलाएर देखाउने । निम्न प्रश्नमा छलफल गर्ने :-

चार ओटा नरङ्गाएका टुक्राहरू मिलाउँदा के बन्थो ?

सो वृत्तको अर्धव्यास कति छ ?



$$\begin{aligned}
 \text{नरङ्गाएको भागको क्षेत्र} &= \text{वर्ग ABCD को क्षेत्र} - \text{वृत्तको क्षेत्र} \\
 &= l^2 - \pi r^2 \\
 &= (12\text{cm})^2 - 3.14 \times (6\text{cm})^2 \\
 &= 144\text{cm}^2 - 113.04\text{cm}^2 \\
 &= 30.96\text{cm}^2
 \end{aligned}$$



6. वृत्तको परिधि (c) = 62.8cm

अर्धव्यास (r) = ?

क्षेत्रफल (A) = ?

$$c = 62.8\text{cm}$$

$$\text{or, } 2\pi r = 62.8\text{cm}$$

$$\text{or, } 2 \times 3.14 \times r = 62.8\text{ cm}$$

$$\text{or, } 6.28 \times r = 62.8\text{ cm}$$

$$\text{or, } r = \frac{62.8}{6.28}\text{cm}$$

$$\therefore r = 10\text{ cm}$$

वृत्तको क्षेत्रफल (A) = πr^2

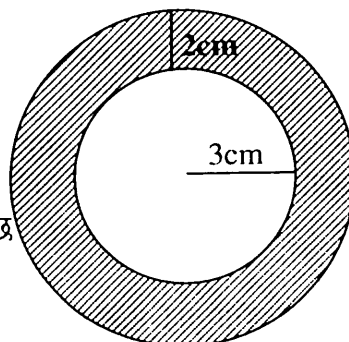
$$= 3.14 \times (10\text{cm})^2$$

$$= 3.14 \times 100\text{cm}^2$$

$$= 314\text{ cm}^2$$

थप समस्याहरू

- संगैको चित्रमा रङ्गाइएको भागको क्षेत्रफल निकाल ।
- 2464 cm^2 क्षेत्रफल हुने एउटा वृत्तको परिधि कति हुन्छ ?
- 3cm र 4cm अर्धव्यास भएका दुईओटा वृत्तको क्षेत्रफलको योगफलसँग बराबर क्षेत्रफल हुने एउटा वृत्तको अर्धव्यास निकाल ।
- एउटा आयतको लम्बाइ 14 m र चौडाइ 11m छ यस आयतको क्षेत्रफल जती नै क्षेत्रफल हुने एउटा वृत्तको परिधि पत्ता लगाऊ ।



स्थानान्तरण (Transformation)

शिक्षण घन्टी : 10

एकाइ उद्देश्य

दिइएका चित्रहरूको परावर्तन र परिक्रमण र विस्थापन गरी प्रतिविम्बको चित्र बनाउनु ।

पाठ : 1

परावर्तन (Reflection)

उद्देश्य

1. आकृति र यसको प्रतिविम्ब परिभाषित गर्न ।
2. परावर्तनको परिभाषा भन्नु ।
3. कुनै बिन्दु तथा आकृतिलाई X-अक्ष, Y-अक्ष वा अन्य कुनै रेखामा परावर्तन गर्न ।
4. ग्राफ पेपरमा परिवर्तित प्रतिविम्बका निर्देशाङ्कहरू पत्ता लगाउनु ।

शैक्षिक सामग्री

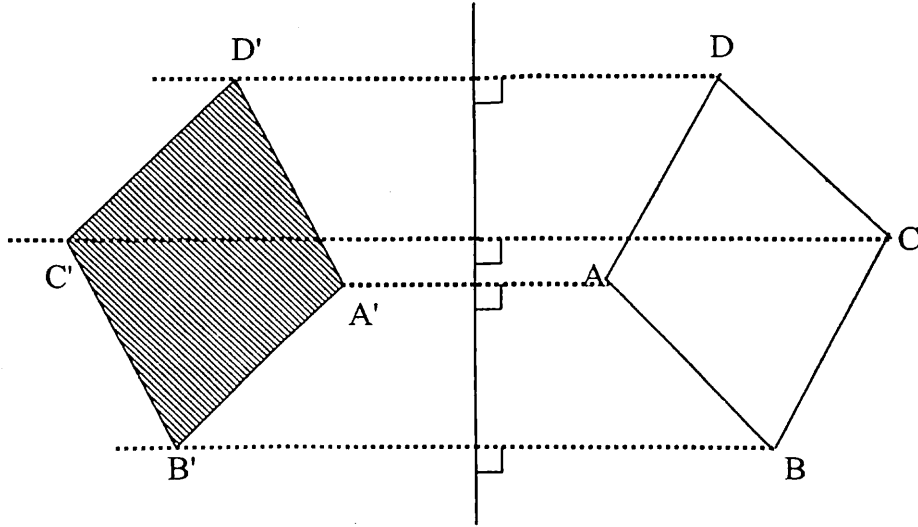
ग्राफ बोर्ड, ज्यामितीय औजार बाकस, ऐना, परावर्तन गर्ने तरिका उल्लेख गरिएको चार्ट, आदि ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

1. विभिन्न चित्रहरू (त्रिभुज, चतुर्भुज, बहुभुज) एउटा समतल ऐनामा परावर्तन गरेर देखाउने । ऐनामा देखिने आकृतिलाई प्रतिविम्ब भनिन्छ भनेर परिभाषित गर्ने । ऐनाबाट कुनै पनि आकृति र त्यसको प्रतिविम्ब बीचको दूरी वरावर छ कि छैन छलफलद्वारा स्थापित गराउने ।
2. वर्गाङ्कित कागजमा ऐनाको अवस्थालाई एउटा सिधा रेखाले सङ्केत गरेर विभिन्न ज्यामितीय आकृतिहरूको छायाँ कोर्न लगाउने र यसरी कोरिएको छायाँलाई प्रतिविम्ब भनिन्छ भनेर बताइदिने ।
3. पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 165 मा उल्लिखित उदाहरण 1, परावर्तन गर्ने तरिका सहित छलफल गरेर गर्न लगाउने ।

अभ्यास 20 (क) का केही समस्याहरूको समाधान

1 (ग)



$\therefore$ चतुर्भज $A'B'C'D'$ चतुर्भज $ABCD$ को प्रतिबिम्ब हो ।

5. दिएको चतुर्भजका शीर्षविन्दुहरू $W(3, 1)$, $X(2, 5)$, $Y(1, 7)$, $Z(-3, 4)$

अभ्यास 20 (क) का केही समस्याहरू कक्षाकार्यको रूपमा गराउने र बाँकी समस्याहरू गृहकार्य दिई अवलोकन गर्ने ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

उद्देश्य

1. परिक्रमण परिभाषित गर्न ।
2. परिक्रमणको दिशा पत्ता लगाउन ।
3. दिइएको आकृतिलाई दिइएको दिशामा परिक्रमण गर्न ।

शैक्षिक सामग्री

त्रिभुज, चतुर्भुज र बहुभुजका नमुनाहरू ज्यामितीय औजार वाकस, काँटी, परिक्रमण गर्ने तरिका लेखिएको चार्ट

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

1. त्रिभुज, चतुर्भुज र बहुभुजको बीचमा काटी खोपेर घुमाएर देखाउने, घडीको सुई घुम्ने दिशालाई ऋणात्मक र घडीको सुईको विपरीत दिशालाई धनात्मक भनिन्छ भनेर बताउने ।
 2. परिक्रमण गर्न तरिका लेखिएको चार्ट कक्षाकोठाको बोर्ड नजिकै सबै विद्यार्थीहरूले देख्ने ठाउँमा टाँसी (भुन्ड्याई)
- कुनै बिन्दुलाई एउटा निश्चित केन्द्रमा 90° , 180° परिक्रमणको कोण खिचेर परिक्रमण गरी देखाउने ।
 - कुनै रेखाखण्डलाई निश्चित केन्द्रमा 60° , 90° र 180° आदिमा परिक्रमण गरेर देखाउने ।
 - कुनै त्रिभुज वा बहुभुजलाई कुनै निश्चित केन्द्रमा 90° र 180° मा परिक्रमण गरेर देखाउने ।
 - कुनै पनि ज्यामितीय आकृतिलाई दिएको कोण र दिशामा दिएको बिन्दुको वरिपरि परिक्रमण गरी स्थानान्तरण गर्नुलाई परिक्रमण भनिन्छ भनी बताउने ।

द्रष्टव्य :

परिक्रमण गर्ने तरिका पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 168 को उदाहरण । मा उल्लेख गरिएको छ ।
पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 170 को अभ्यास 20 (ख) का केही समस्याहरू कक्षामा गर्न लगाउने र बाँकी समस्याहरू गृहकार्यको रूपमा दिई अवलोकन गर्ने ।

थप समस्याहरू

- 1) $A(2,1)$, $B(4,1)$, $C(3,7)$ एउटा त्रिभुज ABC का शीर्षबिन्दुहरू हुन् । ΔABC लाई बिन्दु O को वरिपरि 60° धनात्मक दिशामा परिक्रमण गर ।
- 2) बिन्दुहरू $P(2,-1)$ र $Q(6,1)$ जोड्दा बन्ने रेखाखण्डलाई 180° को कोणमा बिन्दु इ को वरिपरि परिक्रमण गर्दा बन्ने प्रतिबिम्बको निर्देशाङ्कहरू लेख ।
- 3) $A(3,-1)$, $B(2,1)$, र $C(-1,-5)$ एउटा त्रिभुजका शीर्षबिन्दुहरू हुन् । ΔABC लाई लेखा चित्रमा प्रस्तुत गरी बिन्दु इ को वरिपरि 90° को धनात्मक दिशामा परिक्रमण गर र यसरी बन्ने प्रतिबिम्बको शीर्षबिन्दुका निर्देशाङ्कहरू पनि लेख ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई मार्थ दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्याक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

विस्थापन (Displacement)

उद्देश्य

1. विस्थापनको परिभाषा दिन ।
2. विस्थापनको दिशा र दूरी चिन्न ।
3. दिइएको आकृतिलाई दिएको दिशा र दूरीको आधारमा विस्थापन गर्न ।

शैक्षिक सामग्री

विभिन्न ठोस ज्यामितीय आकृतिहरू, विस्थापन गर्ने तरिका लेखिएको चार्ट, ज्यामितीय औजार वाकस आदि ।

शिक्षाण सिकाइ क्रियाकलाप

1. पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 171 मा उल्लिखित क्रियाकलाप 1 छलफल गराई गर्न लगाउने ।
2. समतल सतहमा रहेका ज्यामितीय आकृतिका हरेक बिन्दुलाई उत्तिकै दूरी र उही दिशामा स्थानान्तरण गर्नुलाई विस्थापन भनिन्छ भनेर विस्थापनको परिभाषा बताइदिने ।
3. पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 172 मा उल्लिखित उदाहरण 1 दिइएको तरिकाहरूमा छलफल गराउँदै गर्न लगाउने ।
4. पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 20 (ग) का केही समस्याहरू कक्षामा गर्न लगाउने र बाँकी समस्याहरू गृहकार्यको रूपमा दिई अवलोकन गर्ने ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

दिशास्थिति र स्केल ड्रइङ (Bearing and Scale Drawing)

शिक्षण घन्टी : 7

एकाइ उद्देश्य

दिशास्थिति पत्ता लगाउन र दिइएको स्केलमा चित्रहरू खिच्न ।

पाठ : 1

दिशा स्थिति (Bearing)

उद्देश्य

- कुनै एक दिशा जनाउने रेखालाई आधार मानी घडीको सुईको दिशामा कुनै स्थानको दिशास्थिति कोणको रूपमा तीन अङ्कमा व्यक्त गर्न ।

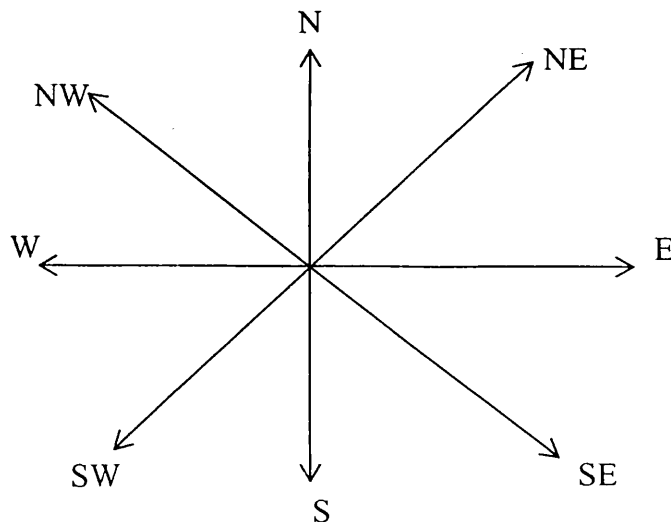
सामग्री

प्रोट्याक्टर, स्केल र नक्साहरू, कम्पासवाट देखिने दिशाहरूलाई रेखाङ्कन गरिएको चार्ट ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

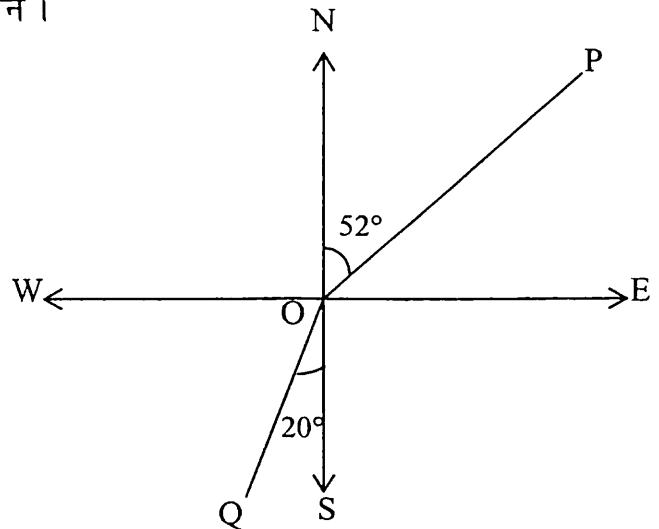
चार्ट देखाउँदै कम्पासवाट देखिने दिशाहरूका वारेमा छलफल गर्ने ।



क्रियाकलाप 2

उत्तर दिशा जनाउने रेखालाई आधार मानी घडीको सुईको दिशामा कुनै दुई स्थानको दूरी 3 अङ्कमा कोणको रूपमा व्यक्त गर्ने तरिकालाई दिशा स्थिति (Three Figure Bearing) वा कम्पास दिशा स्थिति भनिन्छ भनेर बताउने ।

O वाट P सम्मको दिशा स्थिति पत्ता लगाउन उत्तर जनाउने रेखा ON लाई आधार मानेर घडीको सुईको दिशातिरको कोण $\angle NOP = 52^\circ$ छ । त्यसैले O वाट P सम्मको दिशा स्थिति 052° हुन्छ ।



त्यस्तै O वाट Q सम्मको दिशा स्थिति
 $= 90^\circ + 90^\circ + 20^\circ$
 $= 200^\circ$ हुन्छ ।

यस्तै तरिकाले कोणहरू नाप्न लगाई नक्साका विभिन्न दुई स्थान बीचको दिशा स्थिति वा दूरी 3 अङ्कमा कोणको रूपमा लेख्न लगाउने ।

क्रियाकलाप 2

पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 175 मा रहेको अभ्यास 21 (क) का केही समस्याहरू कक्षामा गर्न लगाउने र बाँकी समस्याहरू गृहकार्य दिई अवलोकन गर्ने ।

थप अभ्यासहरू

1) दिशा स्थिति 3 अङ्कमा व्यक्त गर ।

(क) $N 30^\circ E$

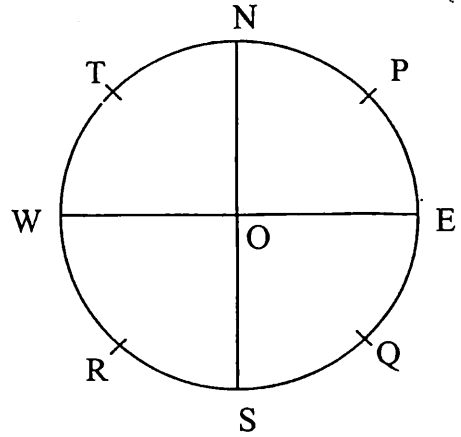
(ख) $S 40^\circ W$

(ग) $S 20^\circ W$

(घ) $N 45^\circ E$

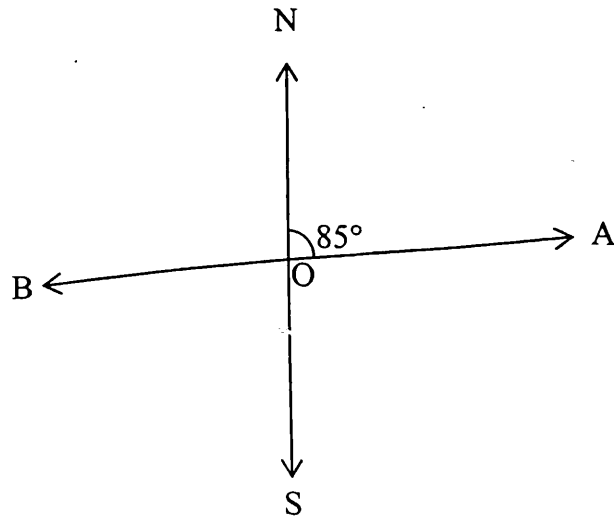
2) सँगैको चित्रमा,

विन्दु O बाट बिन्दुहरू P, Q, R, र T
सम्मका दिशा स्थितिहरू लेख ।



3) सँगैको चित्रमा,

O बाट B सम्मको दिशा
स्थिति निकाल ।



थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।

स्केल ड्रइङ (Scale Drawing)

उद्देश्य

2. चित्रमा कुनै स्थानवाट दिइएको दिशा स्थिति र स्केलको आधारमा दूरी पत्ता लगाउन ।
3. दिशा स्थिति र स्केल ड्रइङ सम्बन्धी समस्याहरू हल गर्न ।

सामग्री

प्रोट्याक्टर, स्केल, नक्सा, आदि ।

शिक्षण सिकाइ क्रियाकलाप

1. स्केलको परिचय दिनको लागि निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गर्ने ।
 - तिमीहरूले घर, जग्गा, वडा आदिको नक्सा देखेका छौ ?
 - नक्सा हेरेर कुनै दुई बिन्दुहरू बीचको वास्तविक दूरी कसरी पत्ता लगाउने होला ?
 - ठूलो (धेरै क्षेत्र ओगटेको) वस्तुको नक्सा एक पेजमा कसरी बनाउने होला ?
2. पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 176 मा दिइएको नक्सामा कुनै दुई बिन्दुहरू बीचको दूरी नाप्न लगाउने र दिइएको स्केलले गुणन गर्न लगाई वास्तविक दूरी निकाल्न लगाउने ।
3. पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 177 मा दिइएको उदाहरण छलफल गराई गर्न लगाउने ।
- 4) अभ्यास 21 (ख) का केही समस्याहरूको समाधान ।

3) दिएको,

A र B बीचको दूरी = 120 km

$\angle ABC = 65^\circ$ र $\angle BAC = 55^\circ$

(क) A देखि C सम्मको दूरी = ?

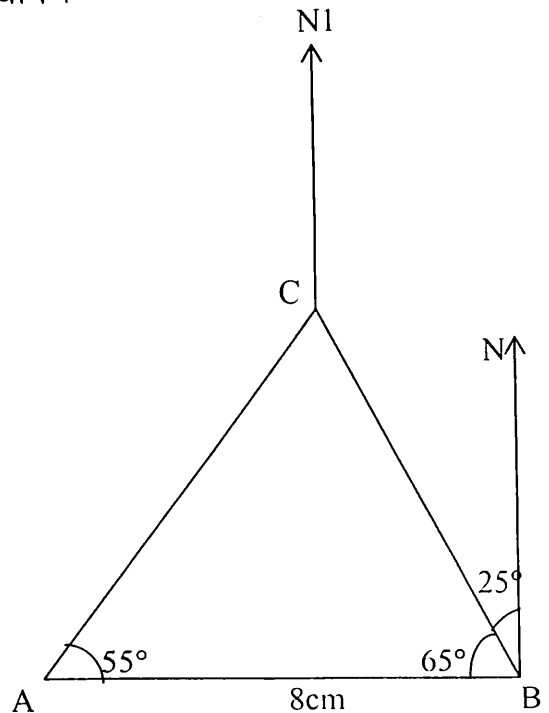
(ख) B देखि C सम्मको दिशास्थिति

15 km = 1cm लिंदा

$$120\text{km} = \frac{120}{15}\text{cm}$$

$$= 8\text{cm}$$

$$\therefore AB = 8\text{cm}$$



निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराई गर्न लगाउने

(क) A बाट C सम्मको दूरी . ?

A बाट C सम्मको वास्तविक दूरी निकाल्न कतिले गुणन गर्नु पर्ला ?

$$AC = 8.2 \text{ cm}$$

$\therefore$ A बाट C सम्मको वास्तविक दूरी

$$= 8.2 \times 15 \text{ km}$$

$$= 123 \text{ km}$$

(ख) $\angle CBN = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

B बाट C सम्मको दिशा स्थिति

$$= \text{बाहिरी } \angle NBC$$

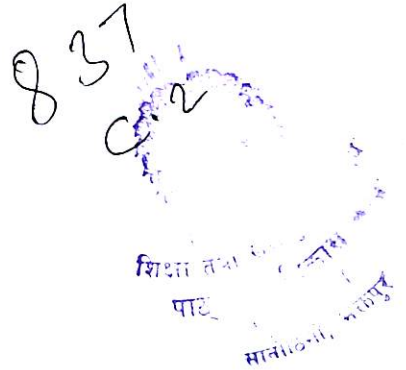
$$= 360^\circ - 25^\circ$$

$$= 335^\circ$$

5) पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 21 (ख) का बाँकी समस्याहरू कक्षामा गराउने ।

थप सुझाव

विद्यार्थीहरूलाई माथि दिए जस्तै थप समस्याहरू बनाउन लगाउने र सामूहिक तथा व्यक्तिगत रूपमा समाधान गर्न लगाउने ।



प्रकाशक:



श्री ५ को सरकार
शिक्षा तथा खेलकुद मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर ।

मुद्रक:



जनक शिक्षा सामग्री केन्द्र लिमिटेड
सानोठिमी, भक्तपुर ।

मूल्य रु. ५४/४०